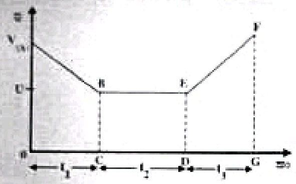
01. (a)



OABC $\square = d$; BCDE $\square = 2d$; DEFG $\square = 3d$

$$\frac{1}{2}(V+U)t_1 = d \; ; \; U \times t_2 = 2d \; ; \; \frac{1}{2}(U+V)t_3 = 3d$$

$$t_1 = \frac{2d}{V+U} \; ; \quad t_2 = \frac{2d}{U} \; ; \quad t_3 = \frac{6d}{U+V}$$

$$= t_1 + t_2 + t_3$$

$$= \frac{2d}{V+U} + \frac{2d}{U} + \frac{6d}{U+V}$$

$$= \frac{2d}{U(V+U)}[U + V + U + 3U]$$

$$= \frac{2d(5U+V)}{U(V+U)}$$

$$= \frac{2d(5U+V)}{U(V+U)} - \frac{6d}{V}$$

$$= \frac{2d}{UV(V+U)}[5UV + V^2 - 3U^2 - 3UV]$$

$$= \frac{2d}{UV(V+U)}[V^2 + 2UV - 3U^2]$$

$$= \frac{2d}{UV(V+U)}(V+3U)(V-U)$$

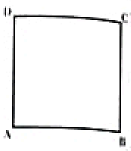
(b)

A → B

$$= \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR_1}$$
$$= \overrightarrow{PR_1}$$

C → D

$$= \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR_3}$$
$$= \overrightarrow{PR_3}$$

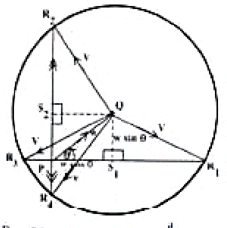


B → C

$$= \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR_2}$$
$$= \overrightarrow{PR_2}$$

D → A

$$= \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR_4}$$
$$= \overrightarrow{PR_4}$$



A → B t_1 $t_1 = \frac{a}{|\overrightarrow{PR_1}|}$

C → D t_3 $t_3 = \frac{a}{|\overrightarrow{PR_3}|}$

$$t_1 + t_3 = \frac{a}{PR_1} + \frac{a}{PR_3}$$

$$= \frac{a}{(S_1R_1 + PS_1)} + \frac{a}{(S_1R_3 - PS_1)}$$

$$= \frac{a}{(S_1R_1 + PS_1)} + \frac{a}{(S_1R_1 - PS_1)}$$

$[\because S_1R_3 = S_1R_1]$

$$= \frac{a[S_1R_1 - PS_1 + S_1R_1 + PS_1]}{(S_1R_1 + PS_1)(S_1R_1 - PS_1)}$$

$$= \frac{2aS_1R_1}{S_1R_1^2 - PS_1^2} = \frac{2a\sqrt{v^2 - w^2\sin^2\theta}}{v^2 - w^2\sin^2\theta - w^2\cos^2\theta}$$

$$t_1 + t_3 = \frac{2a\sqrt{v^2 - w^2\sin^2\theta}}{v^2 - w^2}$$

B → C D → A t_2 t_4

$t_2 + t_4$ θ $\frac{\pi}{2} - \theta$ ($\because Q\hat{P}S_2 = \pi/2 - \theta$)

$$\therefore t_2 + t_4 = \frac{2a\sqrt{v^2 - w^2\sin^2(\pi/2 - \theta)}}{(v^2 - w^2)}$$

T

$$T = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = \frac{2a\sqrt{v^2 - w^2\sin^2\theta}}{(v^2 - w^2)} + \frac{2a\sqrt{v^2 - w^2\cos^2\theta}}{(v^2 - w^2)}$$

$$T = \frac{2a}{(v^2 - w^2)}[\sqrt{v^2 - w^2\sin^2\theta} + \sqrt{v^2 - w^2\cos^2\theta}]$$

θ

$$\frac{dT}{d\theta} = \frac{2a}{(v^2 - w^2)}\left[\frac{-2w^2\sin\theta\cos\theta}{\sqrt{v^2 - w^2\sin^2\theta}} + \frac{2w^2\sin\theta\cos\theta}{\sqrt{v^2 - w^2\cos^2\theta}}\right]$$

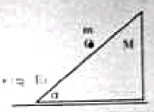
$$= \frac{4aw^2\sin\theta\cos\theta[\sqrt{v^2 - w^2\sin^2\theta} - \sqrt{v^2 - w^2\cos^2\theta}]}{(v^2 - w^2)\sqrt{v^2 - w^2\sin^2\theta}\sqrt{v^2 - w^2\cos^2\theta}}$$

$$\frac{dT}{d\theta} = 0 \Rightarrow \cos 2\theta = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

$0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ $\frac{dT}{d\theta} > 0$ $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$ $\frac{dT}{d\theta} < 0$

$\theta = \frac{\pi}{4}$ T

02. (a)



$$mg\sin\alpha = m(a_2 - a_1\cos\alpha) \quad \text{——— ①}$$

$$0 = Ma_1 + m(a_1 - a_2\cos\alpha) \quad \text{—— ②}$$

② $ma_2\cos\alpha = (M+m)a_1$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{(M+m)}{m\cos\alpha}$$

① ②

$$a_2 = g\sin\alpha + \frac{ma_2\cos^2\alpha}{(M+m)}$$

$$a_2\left(1 - \frac{m\cos^2\alpha}{(M+m)}\right) = g\sin\alpha$$

$$a_2\left(\frac{M + m(1 - \cos^2\alpha)}{M+m}\right) = g\sin\alpha$$

$$\therefore a_2 = \frac{(M+m)g\sin\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$$

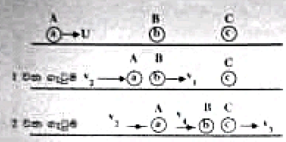
$$S = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$0 = VT - \frac{1}{2}a_2T^2$$

$$T = \frac{2V}{a_2}$$

$$= \frac{2V(M + m\sin^2\alpha)}{(M+m)g\sin\alpha}$$

(b)



1 වන ගැටුම සඳහා

ග. සං. නි. යෙදීමෙන් $\quad bv_1 + av_2 = au$ —— ①

නි. ප. නි. යෙදීමෙන් $\quad v_1 - v_2 = eu$ —— ②

① හා ② විසඳීමෙන්

$$v_1 = \frac{au(1+e)}{a+b}\ ;\ v_2 = \frac{u(a-be)}{a+b}$$

2 වන ගැටුම සඳහා

ග. සං. නි. යෙදීමෙන් $\quad cv_3 + bv_4 = bv_1$ —— ③

නි. ප. නි. යෙදීමෙන් $\quad v_3 - v_4 = ev_1$ —— ④

③ හා ④ විසඳීමෙන්

$$v_3 = \frac{bv_1(1+e)}{b+c}\ ;\ v_4 = \frac{v_1(b-ce)}{b+c}$$

$$v_3 = \frac{b(1+e)}{(b+c)} \times \frac{au(1+e)}{(a+b)} = \frac{abu(1+e)^2}{(a+b)(b+c)}$$

$$= \frac{u(1+e)^2}{(1+\frac{b}{a})(1+\frac{c}{b})}$$

① වන ගැටුමෙන් පසු A නිශ්චල වේ නම්, $v_2 = 0$ විය යුතුය. එම සඳහා $a = be$ ද.
② වන ගැටුමෙන් පසු B නිශ්චල වේ නම් $v_4 = 0$ විය යුතුය. එම සඳහා $b = ce$ ද විය යුතුය.

$$\frac{a}{b} = e \Rightarrow a:b = e:1 \quad \frac{b}{c} = e \Rightarrow b:c = e:1$$

$\therefore a:b:c = e^2:e:1$ වේ

මෙම අවස්ථාවේ දී C අංශුවේ ඉතිරිවන චාලක ශක්තිය $= \frac{1}{2}cv_3^2$

මුල් චාලක ශක්තිය $= \frac{1}{2}au^2$

භාගයක් ලෙස $= \dfrac{\frac{1}{2}cv_3^2}{\frac{1}{2}au^2} = \dfrac{c}{a}\dfrac{v_3^2}{u^2}$

$$v_3 = \frac{u(1+e)^2}{(1+\frac{b}{a})(1+\frac{c}{b})} = \frac{u(1+e)^2}{(1+\frac{1}{e})(1+\frac{1}{e})} = \frac{e^2u(1+e)^2}{(1+e)^2}$$

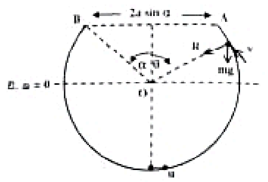
$$= e^2u$$

$\therefore$ අවසාන චාලක ශක්තිය මුල් චාලක ශක්තියේ භාගයක් ලෙස

$$= \frac{c}{a} \times \frac{e^4u^2}{u^2} = \frac{ce^4}{a} = \frac{e^4}{e^2} = e^2$$

$[\because a:b:c = e^2:e:1$ නිසා $a:c = e^2:1]$

03.



(i) අංශුවේ ස්කන්ධය m යයි ගනිමු.
ශක්ති සංස්ථිති නියමය යෙදීමෙන්

$$\frac{1}{2}mu^2 - mga = \frac{1}{2}mv^2 + mga\cos\theta$$

$$v^2 = u^2 - 2ga(1+\cos\theta) \quad \text{—— ①}$$

$$v = \sqrt{u^2 - 2ga(1+\cos\theta)}$$

$\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන්

$$mg\cos\theta + R = m\frac{v^2}{a}$$

$$R = \frac{m}{a}[u^2 - 2ga - 2ga\cos\theta - ga\cos\theta]$$

$$R = \frac{m}{a}[u^2 - 2ga - 3ga\cos\theta]$$

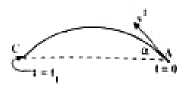
(ii) අංශුව දාරය හැර යයි නම් $\cos\theta = \frac{1}{4}$ විට $R > 0$ විය යුතුය (එනම් දාරයට ළඟාවන තුරු අංශුව පෘෂ්ඨය ස්පර්ශව පැවතිය යුතුය.)

$$\Rightarrow \frac{m}{a}[u^2 - 2ga - 3ga \times \frac{1}{4}] > 0 \Rightarrow u^2 - \frac{11ga}{4} > 0$$

එනම් $u^2 > \frac{11ga}{4}$ නම් අංශුව පෘෂ්ඨය හැරයන්නේ දාරයේ දීය.

(iii) අංශුව කබොල හැරයන මොහොතේ වේගය $v = v'$ නම් ① න් $(v')^2 = u^2 - 2ga(1+\frac{1}{4}) = u^2 - \frac{5}{2}ga$ වන අතර එම දිශාව තිරස සමග α කෝණයක් සාදයි නම් $\cos\alpha = \frac{1}{4}$ වේ

ගුරුත්වය යටතේ අංශුවේ ප්‍රක්ෂේපණ චලිතය වේ
A → C දක්වා චලිතය සලකා



$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$\leftarrow \quad AC = v'\cos\alpha\, t_1$

$\uparrow \quad 0 = v'\sin\alpha\, t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2$

$t_1 = \dfrac{2v'\sin\alpha}{g}$ නිසා

$$AC = \frac{2v'^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}$$

අංශුව පෘෂ්ඨය ඇතුළට නොවැටීමට $AC > AB$ විය යුතුයි

$\dfrac{2v'^2\sin\alpha\cos\alpha}{g} > 2a\sin\alpha \quad$ (∵ ඉහත ඒක විට $\theta = \alpha$ වේ)

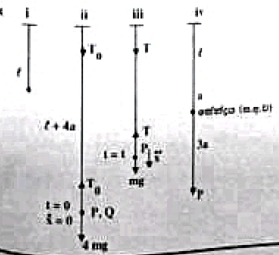
$$v'^2 > \frac{ga}{\cos\alpha}$$

$$u^2 - \frac{5ga}{2} > \frac{ga}{\frac{1}{4}}$$

$$u^2 > \frac{5ga}{2} + 4ga$$

$u^2 > \dfrac{13ga}{2}$ නම් ගුරුත්වය යටතේ චලිතයේ දී අංශුව පෘෂ්ඨය තුළට නොවැටේ.

04



II අවස්ථාව

ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය λ නම්

$$T_0 = \frac{\lambda \times 4a}{\ell} \quad \text{—— ①}$$

$$T_0 = 4mg \quad \text{—— ②}$$

① හා ② න් $\quad \dfrac{4\lambda a}{\ell} = 4mg$

$$\therefore \lambda = \frac{m\ell g}{a}$$

III අවස්ථාව

$$T = \frac{\lambda x}{\ell},\ x > 0 \text{ විට}$$

$$T = \frac{m\ell g}{a} \times \frac{x}{\ell} = \frac{mgx}{a}$$

$\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන්

$$mg - T = m\ddot{x}$$

$$mg - \frac{mgx}{a} = m\ddot{x}$$

$$\therefore \ddot{x} = \frac{-g}{a}(x-a) \quad \text{—— ③}$$

$$\therefore \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{a}(x-a) = 0,\ x > 0$$

$x = a + b\sin\omega t + c\cos\omega t$ —— ④ විසඳුමක් බව දී ඇත.

$t = 0$ විට $x = 4a$ (II අවස්ථාව බලන්න) හා $\dot{x} = 0$ බැවින්

$4a = a + b\sin 0 + c\cos 0$

$\therefore c = 3a$

④, t විෂයෙන් අවකලනයෙන්

$\dot{x} = b\omega\cos\omega t - c\omega\sin\omega t$

$0 = b\omega\cos 0 - c\omega\sin 0$

$\therefore b = 0 \ (\because \omega \neq 0$ නිසා$)$

$\therefore$ විසඳුම $x = a + 3a\cos\omega t$ —— ⑤

අංශුව චලිතය ආරම්භ t_1 කාලයකට පසු එහි විස්ථාපනය $x = 0$ වේ නම්, ⑤ න්

$$0 = a + 3a\cos\omega t_1$$

$$\cos\omega t_1 = -\frac{1}{3}$$

$\cos(\pi - \omega t_1) = -\cos\omega t_1$ බැවින්

$$\cos(\pi - \omega t_1) = \frac{1}{3}$$

$$\pi - \omega t_1 = \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$t_1 = \frac{1}{\omega}\left(\pi - \cos^{-1}\frac{1}{3}\right)$$

$t = t_1$ විට ස. ස. ච. අවසන් වේ. එවිට P ලඟාවේ. ප්‍රවේගය v_1 නම්, $\dot{x} = -3a\omega \sin \omega t$, භාවිතයෙන්

$$v_1 = -3a\omega \sqrt{1 - \cos^2 \omega t}$$
$$= -3a\omega \sqrt{1 - \frac{1}{9}}$$
$$= -2\sqrt{2}\, a\omega \text{ වේ.}$$

සටහන - $\dot{x}$ හි දිශාව ↓ බැවින් ප්‍රවේගය - අගයක් ගෙන ඇත්තේ අංශුව $t = t_1$ විට ↑ දිශාවට චලනය වන බැවිනි.

[illegible] h_1 නම් $v^2 = u^2 + 2as$ ↑ යෙදීමෙන්

$$0 = (-2\sqrt{2}a\omega)^2 - 2gh_1$$

$$h_1 = \frac{8a^2\omega^2}{2g} = \frac{8a^2}{2g} \times \frac{g}{a} \quad \left(\omega^2 = \frac{g}{a} \text{ බැවින්}\right)$$

$$h_1 = 4a$$

ඒ සඳහා ගතවන කාලය t_2 නම් ↑ $v = u + at$ යෙදීමෙන්

$0 = 2\sqrt{2}a\omega - gt_2$ වේ. එවිට $t_2 = 2\sqrt{2}\sqrt{\frac{a}{g}}$

අංශුව මුදා හැරීමෙන් පසු ගමන්කළ දුර = $3a + a + 4a$
$= 8a$

ඒ චලිතය සඳහා ගතවන මුළු කාලය $= t_1 + t_2$

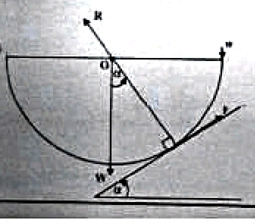
$$= \frac{1}{\omega}\left(\pi - \cos^{-1}\frac{1}{3}\right) + 2\sqrt{2}\sqrt{\frac{a}{g}}$$

$$= \sqrt{\frac{a}{g}}\left(\pi - \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + 2\sqrt{2}\right)$$

සටහන -

[illegible] $v^2 = \omega^2 [(3a)^2 - y^2]$ [illegible]

05. (a)



[illegible]

I. [illegible]
$$R = (W + w)\cos\alpha \quad \text{①}$$

II. [illegible]
$$F = (W + w)\sin\alpha \quad \text{②}$$

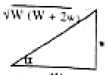
O වටා [illegible] a නම්.

$$F \times a = w \times a$$
$$\therefore F = w \quad \text{③}$$

එවිට ② න් $\quad w = (W + w)\sin\alpha$
$$\sin\alpha = \frac{w}{W + w}$$

[illegible]

$$\frac{F}{R} = \mu \text{ වේ.}$$

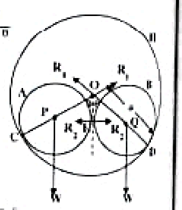


① හා ② න් $\mu = \tan\alpha$ වේ.

$$\therefore \mu = \frac{w}{\sqrt{W(W + 2w)}}$$

(b) A හා B සිලින්ඩර දෙකේ [illegible]
$$2R_1 \cos\theta = 2W$$
$$R_1 = \frac{W}{\cos\theta}$$

මෙහි $P\hat{O}Q = 2\theta$ වේ.



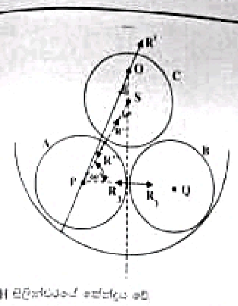
A සිලින්ඩරයේ සමතුලිතතාව සලකා [illegible]

$$R_1 \sin\theta = R_2$$
$$R_2 = W\tan\theta$$

OC = a, PC = b නිසා OP = a - b, PE = b නිසා

$$OE = \sqrt{(a-b)^2 - b^2} = \sqrt{a^2 - 2ab} = \sqrt{a(a-2b)}$$

$$\therefore R_2 = W\frac{b}{\sqrt{a(a-2b)}}$$



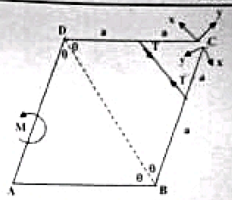
O යනු H සිලින්ඩරයේ කේන්ද්‍රය වේ.
A, B, C සිලින්ඩර තුනේ සමතුලිතතාවය සලකා සිරස් [illegible]
$$2R'\cos\theta = 3W$$
C සිලින්ඩරයේ සමතුලිතතාවයෙන්
$$2R''\cos 30 = W$$
$$R'' = \frac{W}{\sqrt{3}}$$
A සිලින්ඩරයේ සමතුලිතතාවය සැලකීමෙන්
$$\rightarrow R'\sin\theta = R''\cos 60 + R_3$$
$$\frac{3W}{2\cos\theta}\sin\theta = \frac{W}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} + R_3$$
$$R_3 = \frac{3W}{2}\tan\theta - \frac{W}{2\sqrt{3}}$$
A හා B ගෝල [illegible] නම්.
$R_3 > 0$ විය යුතුය.

ඒ සඳහා $\frac{3W}{2}\tan\theta - \frac{W}{2\sqrt{3}} > 0$ විය යුතුය.

$\tan\theta > \frac{1}{3\sqrt{3}}$ විය යුතුය.

$$\frac{b}{\sqrt{a(a-2b)}} > \frac{1}{3\sqrt{3}}$$
$$27b^2 > a^2 - 2ab$$
$$28b^2 > a^2 - 2ab + b^2$$
$$28b^2 > (a-b)^2$$
$$2\sqrt{7}\,b > a - b$$
$b(1 + 2\sqrt{7}) > a$ විය යුතුය.

06. (a) [illegible] C සන්ධියේ [illegible]
BD ට [illegible] X ද,
AC ට [illegible] Y ද,
[illegible]



BC හා DC දඬු වල සමතුලිතතාවයන් සලකා B හා D වට ඝූර්ණ ගැනීමෙන්

B ↺ $T \times a\sin\theta = X \times 2a\sin\theta - Y \times 2a\cos\theta$ — ①

D ↻ $T \times a\sin\theta = X \times 2a\sin\theta + Y \times 2a\cos\theta$ — ②

① + ② න් $X = \frac{T}{2}$ බවත්

② - ① න් $Y = 0$ බවත් [illegible]

දැන් ADC කොටසේ සමතුලිතතාවය සලකා A වටා ඝූර්ණ ගැනීමෙන්

(A) $M + (X \times 4a\sin\theta) + (Y \times 4a\cos\theta)$
$= T \times 3a\sin\theta$

$M + \frac{T}{2} \times 4a\sin\theta + 0 = 3Ta\sin\theta$

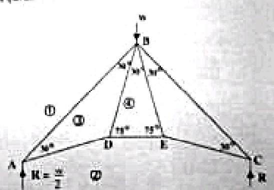
$M = Ta\sin\theta$

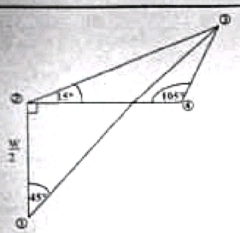
$T = \frac{M}{a\sin\theta}$

(b) [illegible] B හරහා ඇති සිරස් රේඛාව වටා සමමිතික වේ.

$\therefore R = \frac{W}{2}$ වේ.

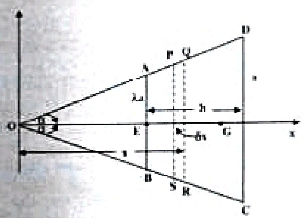
A සන්ධිය හා D සන්ධිය සලකා [illegible]





දණ්ඩ	ප්‍රත්‍යාබලය	විශාලත්වය
AD	ආතතිය	$\frac{W}{\sqrt{2}}$
AB	තෙරපුම	$W \sin 75°$
DE	ආතතිය	$\frac{W\sqrt{3}}{2\sqrt{2}\sin 75}$
DB	ආතතිය	$\frac{W}{\sqrt{2}}$

07.



[illegible] x [illegible]

[illegible] α [illegible] y [illegible] x [illegible] δx [illegible] PQRS [illegible]

[illegible] $= \pi x^2 \tan^2\alpha\, \delta x\, \rho$

$\therefore$ [illegible] $M = \int_{\lambda a\cot\alpha}^{a\cot\alpha} \pi\rho\tan^2\alpha\, x^2\, dx$

$= \pi\rho\tan^2\alpha \left(\frac{x^3}{3}\right)_{\lambda a\cot\alpha}^{a\cot\alpha}$

$M = \frac{\pi\rho\tan^2\alpha}{3}\,[a^3\cot^3\alpha - \lambda^3 a^3\cot^3\alpha]$

$= \frac{\pi\rho\tan^2\alpha\cot^3\alpha\, a^3}{3}(1-\lambda^3)$

$M = \frac{1}{3}\pi\rho a^3\cot\alpha\,(1-\lambda^3)$

[illegible] h [illegible]

$h = a\cot\alpha - \lambda a\cot\alpha$ [illegible]

$\cot\alpha = \frac{h}{a(1-\lambda)}$

$\therefore M = \frac{1}{3}\pi a^3\rho\frac{h}{a(1-\lambda)}(1-\lambda)(1+\lambda+\lambda^2)$

$= \frac{1}{3}\pi a^2 h\rho(1+\lambda+\lambda^2)$

[illegible] G [illegible] $G \equiv (\bar{x}, 0)$ [illegible]

[illegible]

$$\bar{x} = \frac{\int_{\lambda a\cot\alpha}^{a\cot\alpha} \pi\rho\tan^2\alpha\, x^2 \cdot x\, dx}{\int_{\lambda a\cot\alpha}^{a\cot\alpha} \pi\rho\tan^2\alpha\, x^2\, dx}$$

$$\bar{x} = \frac{\pi\rho\tan^2\alpha\int_{\lambda a\cot\alpha}^{a\cot\alpha} x^3\, dx}{\pi\rho\tan^2\alpha\int_{\lambda a\cot\alpha}^{a\cot\alpha} x^2\, dx}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{4}[x^4]_{\lambda a\cot\alpha}^{a\cot\alpha} \Big/ \frac{1}{3}[x^3]_{\lambda a\cot\alpha}^{a\cot\alpha}$$

$$= \frac{3}{4}\frac{[a^4\cot^4\alpha - \lambda^4 a^4\cot^4\alpha]}{[a^3\cot^3\alpha - \lambda^3 a^3\cot^3\alpha]}$$

$$= \frac{3a^4\cot^4\alpha}{4a^3\cot^3\alpha}\frac{(1-\lambda^4)}{(1-\lambda^3)}$$

$$\bar{x} = \frac{3}{4}a\cot\alpha\frac{(1-\lambda^4)}{(1-\lambda^3)}$$

[illegible]

$EG = \bar{x} - \lambda a\cot\alpha$

$= \frac{3}{4}a\cot\alpha\frac{(1-\lambda^4)}{(1-\lambda^3)} - \lambda a\cot\alpha$

$= \frac{1}{4}\frac{a\cot\alpha}{(1-\lambda^3)}[3(1-\lambda^4) - 4\lambda(1-\lambda^3)]$

$= \frac{h}{4a(1-\lambda)(1-\lambda^3)}[3(1-\lambda)(1+\lambda)(1+\lambda^2) - 4\lambda(1-\lambda)(1+\lambda+\lambda^2)]$

$= \frac{h(1-\lambda)}{4(1-\lambda)(1-\lambda^3)}[3+3\lambda+3\lambda^2+3\lambda^3-4\lambda-4\lambda^2-4\lambda^3]$

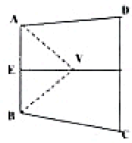
$= \frac{h}{4(1-\lambda^3)}[3-\lambda-\lambda^2-\lambda^3]$

$= \frac{h}{4}\frac{(1-\lambda)(3+2\lambda+\lambda^2)}{(1-\lambda)(1+\lambda+\lambda^2)}$

$EG = \frac{h(3+2\lambda+\lambda^2)}{4(1+\lambda+\lambda^2)}$

[illegible] $\lambda \to {}^{+}0$ [illegible]

[illegible] $M = \frac{1}{3}\pi a^2 h\rho$ [illegible] $OG = \frac{3}{4}h$ [illegible]



කොටස	ස්කන්ධය	ජ. කේ. ට E සිට දුර
ABCD ඡින්නකය	$m_1 = \frac{1}{3}\pi a^2 h\rho(1+\lambda+\lambda^2)$	$\frac{h}{4}\frac{(3+2\lambda+\lambda^2)}{(1+\lambda+\lambda^2)}$
ABV කේතුව	$m_2 = \frac{1}{3}\pi a^2\frac{h}{2}\rho$	$\frac{1}{4}\left(\frac{h}{2}\right)$
J [illegible]	$m_1 - m_2$	EG_1

[illegible]

ABV [illegible] J [illegible] G_1 [illegible]

$$EG_1 = \frac{\frac{1}{3}\pi a^2 h\rho(1+\lambda+\lambda^2)\cdot\frac{h}{4}\frac{(3+2\lambda+\lambda^2)}{4(1+\lambda+\lambda^2)} - \frac{1}{3}\pi a^2\frac{h}{2}\rho\times\frac{h}{8}}{\frac{1}{3}\pi a^2 h\rho(1+\lambda+\lambda^2) - \frac{1}{3}\pi a^2\frac{h}{2}\rho\lambda^2}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}h(3+2\lambda+\lambda^2) - \frac{\lambda^2 h}{16}}{1+\lambda+\lambda^2-\frac{\lambda^2}{2}}$$

$$= \frac{\frac{12h+8\lambda h+4\lambda^2 h-\lambda^2 h}{16}}{\frac{2+2\lambda+2\lambda^2-\lambda^2}{2}}$$

$$= \frac{1}{8}\left(\frac{3\lambda^2 h+8\lambda h+12h}{2+2\lambda+\lambda^2}\right) = \frac{h(3\lambda^2+8\lambda+12)}{8(\lambda^2+2\lambda+2)}$$

$G_1 \equiv V$ [illegible]

[illegible] $\frac{h(3\lambda^2+8\lambda+12)}{8(\lambda^2+2\lambda+2)} = \frac{h}{2}$ [illegible]

[illegible] $3\lambda^2+8\lambda+12 = 4\lambda^2+8\lambda+8$ [illegible]

[illegible] $\lambda^2 = 4$

$\lambda = 2$ [illegible]

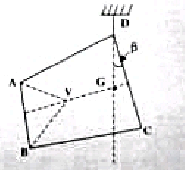
[illegible] $0 < \lambda < 1$ [illegible] G_1 [illegible] V [illegible]

[illegible] β [illegible]

$$\tan\beta = \frac{a}{h - EG_1} = \frac{a}{h - \frac{h}{8}\frac{(3\lambda^2+8\lambda+12)}{(\lambda^2+2\lambda+2)}}$$

$$= \frac{8a(\lambda^2+2\lambda+2)}{h(8\lambda^2+16\lambda+16-3\lambda^2-8\lambda-12)}$$

$$= \frac{8a(\lambda^2+2\lambda+2)}{h(5\lambda^2+8\lambda+4)}$$



08. (a) I. A හා B සිද්ධි ස්වායත්ත වේ නම්,
$P(A\cap B) = P(A).P(B)$ වේ.

II. A හා B සිද්ධි අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වේ නම්,
$A\cap B = \varnothing$, එනම් $P(A\cap B) = 0$ වේ.

III. A හා B සිද්ධි නිඃශේෂ වේ නම්,
$A\cup B = \Omega$ (නියැදි අවකාශය)
එනම් $P(A\cup B) = 1$ වේ.

$A\cap B$ හා $A\cap B'$ අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධීන් වේ.

$P[(A\cap B)\cup(A\cap B')] = P(A\cap B) + P(A\cap B')$ — ①

එසේම $A = (A\cap B)\cup(A\cap B')$

$\therefore P(A) = P[(A\cap B)\cup(A\cap B')]$

$P(A) = P(A\cap B) + P(A\cap B')$ — ②

① හා ② න්

$P(A) = P[(A\cap B)\cup(A\cap B')]$

$P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(A\cap B') = \frac{1}{2}$

② ට අනුව $\frac{1}{2} = P(A\cap B) + \frac{1}{2}$

$\therefore P(A\cap B) = 0$

③ ට අනුව $P(B) = P(A\cap B) + P(A'\cap B)$ බව පෙනේ.

$\therefore \frac{1}{3} = 0 + P(A'\cap B)$

$\therefore P(A'\cap B) = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$

$P(A'\cap B') = P[(A\cup B)']$ (ඩිමෝගන් නියම)

$= 1 - P(A\cup B)$

$= 1 - [P(A) + P(B) - P(A\cap B)]$

$= 1 - [\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 0]$

$= \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$

(b) B සිද්ධිය සිදුව ඇතැයි දී ඇතිවිට A සිදුවීමේ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව

$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$ ($\because P(B) > 0$ බැවින්)

පහත දක්වෙන පරිදි සිද්ධීන් අර්ථ දක්වමු.

X : මිනිසා පාපැදියෙන් පාසලට පැමිණීම.
Y : මිනිසා බසයෙන් පාසලට පැමිණීම.
Z : මිනිසා නියමිත වේලාවට පෙර හෝ ඊට පෙර පාසලට පැමිණීම.
Z' : මිනිසා නියමිත වේලාවට වඩා ප්‍රමාද වී පාසලට පැමිණීම.

$P(Z) = \frac{19}{28}$, $\therefore P(Z') = \frac{9}{28}$ ($\because Z\cup Z' = \Omega$)

$P(Z|Y) = \frac{3}{4}$ $\therefore P(Z'|Y) = \frac{1}{4}$

$P(Z'|X) = 2(Z'|Y)$ බව දී ඇත

$\therefore P(Z'|X) = 2\times\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

I මිනිසා ප්‍රමාද වී පාසලට පැමිණීමේ සම්භාවිතාව $P(Z')$.

$P(Z') = P(X\cap Z') + P(Y\cap Z')$

$= P(X)\times P(Z'|X) + P(Y)P(Z'|Y)$

$= (x\times\frac{1}{2}) + (1-x)\frac{1}{4}$

නමුත් $P(Z') = \frac{9}{28}$ බැවින්, x යනු $P(X)$ නම් $P(Y) = 1-x$ වේ.

$\frac{9}{28} = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}x$

$\frac{9}{28} - \frac{1}{4} = \frac{2}{28}x$

$= \frac{1}{4}x$

$x = \frac{2}{7}$

$\therefore$ මිනිසා පාපැදියෙන් පාසලට පැමිණීමේ සම්භාවිතාව

$P(X)$; $P(X) = \frac{2}{7}$ වේ.

මිනිසා ප්‍රමාද වී පැමිණි බව දී ඇති විටෙක ඔහු බසයෙන් පාසලට පැමිණීමේ සම්භාවිතාව $P(Y|Z')$ යන්න

$P(Y|Z') = P\frac{(Y\cap Z')}{P(Z')}$ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව අර්ථ දැක්වීම අනුව

$P(Z'|Y) = P\frac{(Y\cap Z')}{P(Y)}$ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව අර්ථ දැක්වීම අනුව

$\therefore P(Y|Z') = \frac{P(Z'|Y)P(Y)}{P(Z')}$

$= \frac{\frac{1}{4}\left(1-\frac{2}{7}\right)}{\frac{9}{28}}$

$= \underline{\underline{\frac{5}{9}}}$

09. $x_1, x_2, \dots, x_n$ දත්තයන්ගේ මධ්‍යන්‍යය $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

$y_i = ax_i + b$ පරිණාමනයට අනුව

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = \sum_{i=1}^{n} (ax_i + b)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} ax_i + \sum_{i=1}^{n} b$$

$$= a\sum_{i=1}^{n} x_i + b\sum_{i=1}^{n} 1$$

$$= an\bar{x} + bn$$

$y_1, y_2, \dots, y_n$ දත්තයන්ගේ මධ්‍යන්‍යය $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$ බැවින්

$$\bar{y} = \frac{1}{n}[an\bar{x} + bn]$$

$$\bar{y} = a\bar{x} + b \text{ — ①}$$

$y_1, y_2, \dots, y_n$ දත්තයන්ගේ සම්මත අපගමනය

$$= \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[ax_i + b - (a\bar{x} + b)^2]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(ax_i + b - a\bar{x} - b)^2}$$

$$S_y = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}a^2(x_i - \bar{x})^2}$$

$x_1, x_2, \dots, x_n$ දත්තයන්ගේ සම්මත අපගමනය

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \text{ බැවින්}$$

$$\therefore S_y = \sqrt{a^2}S_x$$

$$S_y = |a|S_x \text{ — ②}$$

x_i යනු i වන සිසුයාගේ ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ලකුණ, y_i යනු සිසුගේ පරිමාණයට දක්වන ලද ලකුණ නම්

$y_i = ax_i + b$ සම්බන්ධයෙන්

$40 = 40a + b$ — ③

① න් $50 = am + b$ — ④ [$\because \bar{x} = m$ හා $\bar{y} = 50$ බැවින්]

② න් $15 = 12|a|$ — ⑤

⑤ න් $|a| = \frac{5}{4}$

④ - ③ න් $10 = a(m - 40)$

$a = \pm\frac{5}{4}$ බැවින්

$m = 48$ හෝ 32 වේ.

මේ අනුපාතයට අතිකාල වේතන ගැලපීමෙන්

$56 = 61a_1 + b_1$ ——— ⑥

$50 = 53a_1 + b_1$ ——— ⑦

$15 = |a_1|S$ ——— ⑧

⑥ - ⑦ න් $6 = 8a_1$

$a_1 = \frac{3}{4}$

$\therefore$ ⑧ න් $S = 20$

අතිකාලය වේතන සඳහා ගෙවීම පිට අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව n යයි සිතමු.

වේතන සඳහා ලබාගත් මුළු ලකුණු සංඛ්‍යාව $= 53n$ වේ.

අතිකාලය ලකුණු වෙනස් වූ විටදී

සංඛ්‍යාව $= n\times 0.1\% = \frac{n}{1000}$

ලකුණු වෙනස් වූ පසු සිසුන් n දෙනා ලබාගත් මුළු

ලකුණු සංඛ්‍යාව $= 53n + \frac{n}{1000}(68 - 65)$

$= 53n + \frac{3n}{1000}$

$= \frac{53003n}{1000}$

$\therefore$ අතිකාලය සඳහා නව මධ්‍යන්‍යය $= \frac{53003n}{1000}/n$

$= \underline{\underline{53.003}}$

* * * *