

රහස්‍ය ලේඛනයකි

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි

සංස්කරණයන්ට යටත්කර

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

ජාතික ඇගයීම් හා පරීක්ෂණ සේවාව

අධ්‍යයන හොඳ සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2012

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය



10 = සිංහුක්ක ගණිතය - II

මෙය උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා සකස් කෙරිණි. ප්‍රධාන පරීක්ෂක සාකච්ඡා පැවැත්වෙන අවස්ථාවේ දී ඉදිරිපත් වන අදහස් අනුව මෙහි ඇතැම් වෙනස්කම් කරනු ලැබේ. මෙය පස්වැනි කාමර ඉගෙනුම් ක්‍රියාපටිපිටි සඳහා ආධාරකයක් ලෙස පමණක් භාවිත කළ යුතු අපහේ විශ්ලාසයකි.

සංක්ෂිප්ත ගණිතය II A කොටස

1. දකුණු දිශාවට සාප්ප මාර්ගයක් දිගේ $u \text{ km h}^{-1}$ වේගයෙන් දුවන පිරිසි ලමයෙකුට සුළඟත් බවහිර දිශාවට හමා යනු දෙන්න. උතුරු දිශාවට සාප්ප මාර්ගයක් දිගේ එම වේගයෙන්ම ඔහු දුවන විට ඔහුට සුළඟ නිරිත දිශාවට ජලා යනු දෙන්න. සුළඟේ වලින සඳහා සාපේක්ෂ ප්‍රවේගවල ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම රූප සටහනක අඳින්න.

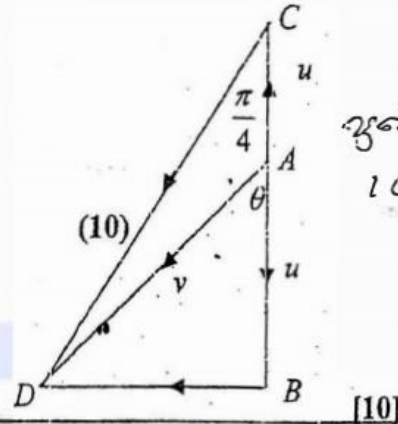
එ නිසින්, සුළඟේ සත්‍ය වේගය හා දිශාව සොයන්න.

v යනු සුළඟේ සත්‍ය වේගය යැයි ද, θ යනු සුළඟේ සත්‍ය දිශාව යැයි ද ගනිමු.

$$DB = 2u \tan \frac{\pi}{4} = 2u \quad (05) \quad \leftarrow \text{D.C. බවට}$$

$$v = \sqrt{(2u)^2 + u^2} = \sqrt{5}u. \quad (05)$$

$$\tan \theta = \frac{2u}{u} = 2 \Rightarrow \theta = \tan^{-1} 2 \quad (05) \quad [15]$$



2. වැටිතම බෑවුම් රේඛාව නිරයට α කෝණයකින් ආනත බෑවුමක් දිගේ එහි මුදුනේ සිට නිශ්චලතාවෙන් ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් මුදුනේ සිට දුරක් පහතෙව් වලිතය වීම සඳහා අංශුවට කන්පර එකක් ගතවේ නම්, අංශුවේ වලිතයට එරෙහි ප්‍රතිරෝධය වන R නියතයක් යැයි උපකල්පනය කරමින්, $R = m(g \sin \alpha - 2d)$ බව පෙන්වන්න.

මුදුනේ සිට මෙන් කරන ලද දුර d වන විට, අංශුවේ ප්‍රවේගය ද සොයන්න.

බෑවුම දිගේ අංශුවේ වලිතය සඳහා $F = ma$ යෙදීමෙන්

$$mg \sin \alpha - R = mf \quad \text{ලැබේ; (05) මෙහි } f \text{ යනු අංශුවේ ත්වරණය වේ.}$$

$$f = g \sin \alpha - \frac{R}{m}$$

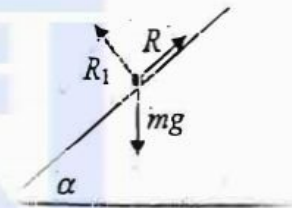
බෑවුම දිගේ අංශුවේ වලිතය සඳහා $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්

$$d = \frac{1}{2} \left(g \sin \alpha - \frac{R}{m} \right) t^2 \Rightarrow R = m(g \sin \alpha - 2d) \quad \text{ලැබේ.}$$

(05) (ද.බවට)

(05)

[15]



$$f = g \sin \alpha - (g \sin \alpha - 2d) = 2d \quad (05)$$

බෑවුම දිගේ අංශුවේ වලිතය සඳහා $v = u + at$ යෙදීමෙන්

$$v = 2d.1 \Rightarrow v = 2d \quad \text{ලැබේ. (05)}$$

[10]

3. සුමට කිරිප් තලයක සිට h උසින් පිහිටි, ස්කන්ධය m වූ සුමට අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ නිශ්චලතාවෙන් වැටෙන අතර තලයේ ගැටී පොලා පත්. ගැටීම නිසා ඇති වන චාලක ශක්ති හානිය $\frac{mgh}{4}$ වේ නම්, අංශුව හා තලය අතර ප්‍රත්‍යාගති පංශුණකය සොයන්න. අංශුව $\frac{3h}{4}$ උසකට පොලා පතින බව පෙන්වන්න.

3

v යනු තලයේ ගැටීමට මොහොතකට පෙර අංශුවේ ප්‍රවේගය යැයි ගනිමු.

එවිට, $v = \sqrt{2gh}$ වේ. (05)

තලයේ ගැටීමට මොහොතකට පසු අංශුවේ ප්‍රවේගය ev ; (05) මෙහි e යනු අංශුව හා තලය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය වේ.

$$\text{ගැටීම නිසා ඇති වන චාලක ශක්ති හානිය} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m(ev)^2$$

$$= \frac{1}{2}mv^2(1 - e^2) = \frac{mgh}{4}$$

$$\Rightarrow mgh(1 - e^2) = \frac{mgh}{4} \Rightarrow e = \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (05) \quad [15]$$

උඩු අතට අංශුවේ චලිතය සඳහා $v^2 = u^2 + 2as$ යෙදීමෙන්

$$0 = (ev)^2 - 2gs; \quad (05) \text{ මෙහි } s \text{ යනු අංශුව පොලා පතින උස වේ.}$$

$$s = \frac{(ev)^2}{2g} = \frac{\frac{3gh}{2}}{2g} = \frac{3}{4}h. \quad (05)$$

[10]

4. ස්කන්ධය m වූ P නම් අංශුවක් දිග l වන සැතපුම් අවිකෘත තන්තුවක එක් කෙළවරකට සම්බන්ධ කර ඇති අතර තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර අවල O නම් ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. සිරස් තලයක අංශුව නිදහස් ලෙස ඵලලෙච්ඡිත් පවතින විට සිරස් තලයේ OP ඵලබව $\sqrt{2gl}$ ප්‍රවේගයක් අංශුවට දෙනු ලැබෙයි. ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යොදාගනිමින්, OP යටි අත් සිරස් සමඟ $\frac{\pi}{3}$ කෝණයක් සාදන විට P අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න. මෙම මොහොතේ දී තන්තුවේ දානනිය $\frac{3}{2}mg$ බව පෙන්වන්න.

ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්

$$\frac{1}{2}m(2gl) - mgl = \frac{1}{2}mv^2 - mgl \cos \frac{\pi}{3} \quad \text{ලැබේ. (10) ඈ ව}$$

$$\therefore v = \sqrt{gl}. \quad (05)$$

[15]

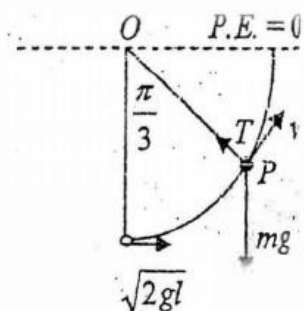
PO දිගේ අංශුවේ චලිතය සඳහා $F = ma$ යෙදීමෙන්

$$T - mg \cos \frac{\pi}{3} = \frac{mv^2}{l} = mg \quad \text{ලැබේ. (05)}$$

$$T - \frac{1}{2}mg = mg \quad \therefore v = \sqrt{gl} \quad (05)$$

$$T = \frac{3}{2}mg$$

[10]



7. A, B හා C යනු Ω නියැදි අවකාශයෙහි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් ඛණිතකාර හා නිරවශේෂ පිද්ධ යැයි ගනිමු.
 $P(A) = 2p, P(B) = p^2$ හා $P(C) = 4p - 1$ නම්, p හි අගය සොයන්න.

A, B හා C නිරවශේෂ බැවින් $A \cup B \cup C = \Omega$ වේ.

$$P(A \cup B \cup C) = P(\Omega) = 1 \quad (05)$$

නමුත්, A, B හා C අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් ඛණිතකාර බැවින් $P(A \cap B \cap C) = 0$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) \quad (05)$$

$$= 2p + p^2 + 4p - 1 = 1 \quad (05)$$

$$\text{එනම්, } p^2 + 6p - 2 = 0 \Rightarrow p = -3 \pm \sqrt{11} \quad (05)$$

$$p \text{ සෘණ විය නොහැකි බැවින් } p = -3 + \sqrt{11} \quad (05)$$

[45]

8. A, B හා C යනු Ω නියැදි අවකාශයෙහි ස්වායත්ත පිද්ධි තුනක් යැයි ගනිමු.
 A හා $(B \cup C)$ යනු ස්වායත්ත පිද්ධි බව පෙන්වන්න.

$$P\{A \cap (B \cup C)\} = P\{(A \cap B) \cup (A \cap C)\} \quad (05)$$

$$= P(A \cap B) + P(A \cap C) - P\{(A \cap B) \cap (A \cap C)\} \quad (05)$$

$$= P(A \cap B) + P(A \cap C) - P(A \cap B \cap C)$$

$$= P(A)P(B) + P(A)P(C) - P(A)P(B)P(C) \quad A, B \text{ හා } C \text{ ස්වායත්ත පිද්ධි බැවින්} \quad (05)$$

$$= P(A)\{P(B) + P(C) - P(B)P(C)\}$$

$$= P(A)\{P(B) + P(C) - P(B \cap C)\} \quad (05)$$

$$= P(A)\{P(B \cup C)\} \quad (05)$$

එබැවින්, A හා $(B \cup C)$ ස්වායත්ත පිද්ධි වේ.

[25]

9. නිරික්ෂණ 100 ක මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙලින් 30 හා 4.1 ලෙස ගණනය කර ඇත.
 නිරික්ෂණයක්, නිවැරදි අගය 30 වෙනුවට 40 සාවද්‍ය ලෙස ලේඛන ගත කර ඇති බව පසුව සොයාලා ඇත. නිරික්ෂණ 100 හි නිවැරදි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය ආගණනය කරන්න.

$$\text{නිවැරදි මුළු එකතුව} = 100 \times 30 - 40 + 30 = 2990 \quad (05)$$

$$\therefore \text{නිවැරදි මධ්‍යන්‍යය} = \frac{2990}{100} = 29.9 \quad (05)$$

[1]

$$\text{වර්ගයන්ගේ නිවැරදි මුළු එකතුව} = 100(4.1^2 + 30^2) - 40^2 + 30^2 \quad (05)$$

$$= 100(16.81 + 900) - 700$$

$$= 91681 - 700 = 90981$$

$$\therefore \text{නිවැරදි විචලනය} = \frac{90981}{100} - 29.9^2 = 909.81 - 894.01 = 15.8 \quad (05)$$

$$\therefore \text{නිවැරදි සම්මත අපගමනය} = \sqrt{15.8} = 3.975 \text{ or } 3.975 \quad (05)$$

3.975

10. ස්වකීය චක්‍රාංග දෙක, ලද පරීක්ෂණයන් සඳහා A හා B පාසලවල මධ්‍යන්‍ය ලකුණු හිමිවිණි 31 හා 45 වේ. A පාසලෙහි ලකුණුවල ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමනය 5 වේ. ප්‍රතිඵල සැසඳීම සඳහා B පාසලෙහි මධ්‍යන්‍ය හා සම්මත අපගමනය, A පාසලෙහි ඒවාට සමාන ද, B පාසලෙහි ලකුණු 85 පරීක්ෂණය යටතේ ලකුණු 63 ද වන පරිදි රේඛීය පරිණාමනයක් මගින් B පාසලෙහි ලකුණු පරිමාණය කෙරේ. රේඛීය පරිණාමනය යොදා, ඒ තර්ෂික, B පාසලෙහි ලකුණුවල ව්‍යාප්තියේ මුල් සම්මත අපගමනය සොයන්න.

$y = ax + b$ යනු රේඛීය පරිණාමනය යැයි ගනිමු; මෙහි x යනු මුල් අගය හා y යනු නව අගය වේ.

එවිට, $63 = 85a + b \rightarrow (1)$ ලැබේ. (05)

$\bar{y} = a\bar{x} + b \Rightarrow 31 = 45a + b \rightarrow (2)$ (05)

$(1) - (2) \Rightarrow 40a = 32 \Rightarrow a = 0.8$

(1) න් $31 = 45 \times 0.8 + b \Rightarrow b = -5$ යැයි ලැබේ.

එබැවින්, රේඛීය පරිණාමනය $y = 0.8x - 5$ වේ. (05)

[15]

y හි සම්මත අපගමනය $= a \times x$ හි සම්මත අපගමනය

$\Rightarrow 5 = \frac{4}{5} \times x$ හි සම්මත අපගමනය $\Rightarrow x$ හි සම්මත අපගමනය $= 6.25$

(05)

(05)

[10]

www.alevelapi.com

සංයුක්ත ගණිතය II B කොටස

- 11.(a) P නම් අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයේ දී භ්‍රමණය වන අතර u ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස ඉහළට ප්‍රක්ෂේප වන $\frac{u}{2g}$ කාලයකට පසු, Q නම් නවීන් අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයේ දී භ්‍රමණය වන අතර $v (> u)$ ප්‍රවේගයෙන් E

ලෙස ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. A යනු P අංශුව ළඟා වන ඉහළතම ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. P හා Q A ලක්ෂ්‍යයේදී හමුවෙයි. P හා Q අංශුවල සම්පූර්ණ චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාර එකම රූපයක ඇඳෙන්න.

මෙම ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාර යොදාගෙන

- (i) $OA = \frac{u^2}{2g}$ බව,
 (ii) $v = \frac{5u}{4}$ හා A ලක්ෂ්‍යයේදී Q අංශුවේ ප්‍රවේගය $\frac{3u}{4}$ බව,
 (iii) Q අංශුව ඉහළතම ලක්ෂ්‍යයට ළඟාවන විට P අංශුව, O ලක්ෂ්‍යයේ සිට පිහිටන දුර $\frac{7u^2}{32g}$ බව, පෙන්වන්න.

- (b) ස්කන්ධය M kg වන මෝටර් රථයක් සියලු වේග පුද්ගල නියතයක් වන R ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව නැතිතලා මාර්ගයක ගමන් කෙරේ. එන්ජිමෙහි උපරිම බලය H kW හා නැතිතලා මාර්ගයක මෝටර් රථ උපරිම වේගය v m s⁻¹ නම්, M , H හා v ඇසුරෙන් R ප්‍රතිරෝධය සොයන්න.

හිරයට α කෝණයකින් ආනත යාන්ත්‍ර මාර්ගයක් දිගේ

- (i) $\frac{v}{3}$ m s⁻¹ වේගයෙන් කෙළින්ම ඉහළට,
 (ii) $\frac{v}{2}$ m s⁻¹ වේගයෙන් කෙළින්ම පහළට

චලනය වන විට M , H , v , g හා α ඇසුරෙන් මෝටර් රථයේ ක්වරණය සොයන්න.

(ii) අවස්ථාවේදී මෝටර් රථයේ ක්වරණය (i) අවස්ථාවේදී මෝටර් රථයේ ක්වරණය මෙන් දෙගුණයක් M , H , v හා g ඇසුරෙන් $\sin \alpha$ සොයන්න.

මෙම අවස්ථාවේදී, මෝටර් රථය මාර්ගයේ කෙළින්ම ඉහළට චලනය වන විට එයට ලබාගත හැකි උච්චතම වේගය v ඇසුරෙන් සොයන්න.

- (a) (i) T යනු P අංශුවට A ලක්ෂ්‍යයට ලඟාවීමට ගතවන කාලය යැයි ගනිමු.

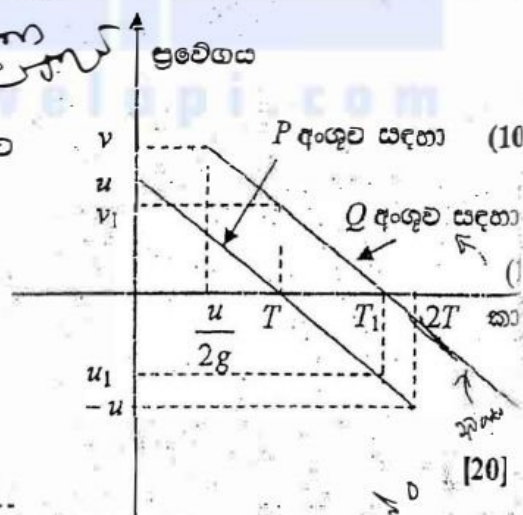
එවිට, ප්‍රස්ථාරයෙන් $T = \frac{u}{g}$ (05) ලැබේ.

තවද, ප්‍රස්ථාරයෙන්

$$OA = \frac{1}{2}uT = \frac{u^2}{2g} \text{ යැයි ලැබේ.}$$

(05)

[10]



(ii) v_1 යනු A ලක්ෂ්‍යයේ දී Q අංශුවේ ප්‍රවේගය යැයි ගනිමු.

එවිට, Q සඳහා ප්‍රස්තාරයෙන්

$$\frac{v-v_1}{T-\frac{u}{2g}} = g \Rightarrow v_1 = v - g\left(T - \frac{u}{2g}\right) = v - \frac{u}{2} \rightarrow (1) \text{ ලැබේ.}$$

(05)

(05)

තවද, ප්‍රස්තාරයෙන්

$$\left(\frac{v+v_1}{2}\right)\left(T - \frac{u}{2g}\right) = \frac{u^2}{2g} \Rightarrow v+v_1 = 2u \rightarrow (2) \text{ ලැබේ.}$$

(05)

(05)

$$(1) \text{ හා } (2) \text{ න් } v = \frac{5u}{4} \text{ හා } v_1 = \frac{3u}{4} \text{ ලැබේ.}$$

(05)

(05)

[30]

(iii) T_1 යනු Q අංශුව ස්වකීය ඉහළතම ලක්ෂ්‍යයට ලඟා වීමට ගතවන කාලය ද, u_1 යනු මෙම මොහොතේ දී P අංශුවේ ප්‍රවේගය යැයි ද ගනිමු.

එවිට, Q සඳහා ප්‍රස්තාරයෙන්

$$T_1 - \frac{u}{2g} = \frac{v}{g} \Rightarrow T_1 = \frac{5u}{4g} + \frac{u}{2g} = \frac{7u}{4g} \text{ හා } \frac{u_1}{T_1 - T} = -g \Rightarrow u_1 = -\frac{3u}{4} \text{ යැයි ලැබේ.}$$

(05)

(05)

h යනු Q අංශුව ස්වකීය ඉහළතම ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටන විට O ලක්ෂ්‍යයේ සිට P අංශුවේ උස යැයි ගනිමු.

එවිට, ප්‍රස්තාරයෙන්

$$h = \frac{1}{2}\left(u + \frac{3u}{4}\right)(2T - T_1) = \left(\frac{7u}{8}\right)\left(\frac{2u}{g} - \frac{7u}{4g}\right) = \frac{7u^2}{32g} \text{ යැයි ලැබේ.}$$

(05)

(05)

[20]

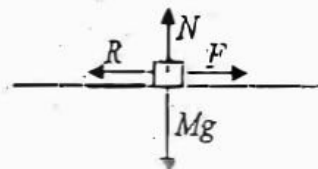
(b) උපරිම වේගයේ දී ත්වරණයක් නොමැති අතර මෝටර් රථය මත ක්‍රියා කරන බල සමතුලිතතාවේ පවතී.

$$\text{එවිට, } F - R = 0 \text{ යැයි ලැබේ. (05)}$$

$$Fv = P \Rightarrow Fv = 10^3 H \Rightarrow F = \frac{10^3 H}{v} \text{ (05)}$$

$$\text{එබැවින්, } R = \frac{10^3 H}{v} \text{ ලැබේ. (05)}$$

[15]



- (i) සෘජු මාර්ගය දිගේ කෙලින්ම ඉහළට චලනය වන විට මෝටර් රථයේ ත්වරණය a යැයි ගනිමු.

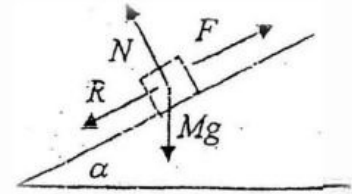
$$F = \frac{10^3 H}{\frac{v}{3}} = \frac{3 \times 10^3 H}{v} \quad (05)$$

එවිට, $F - Mg \sin \alpha - R = Ma$ ලැබේ. (05)

$$\frac{3 \times 10^3 H}{v} - Mg \sin \alpha - \frac{10^3 H}{v} = Ma$$

$$a = \frac{2 \times 10^3 H}{Mv} - g \sin \alpha \quad (05)$$

[15]



- (ii) සෘජු මාර්ගය දිගේ කෙලින්ම පහළට චලනය වන විට මෝටර් රථයේ ත්වරණය a' යැයි ගනිමු.

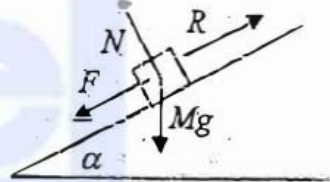
$$F = \frac{10^3 H}{\frac{v}{2}} = \frac{2 \times 10^3 H}{v} \quad (05)$$

එවිට, $F + Mg \sin \alpha - R = Ma'$ ලැබේ. (05)

$$\frac{2 \times 10^3 H}{v} + Mg \sin \alpha - \frac{10^3 H}{v} = Ma'$$

$$a' = \frac{10^3 H}{Mv} + g \sin \alpha \quad (05)$$

[15]



$$a' = 2a \Rightarrow \frac{10^3 H}{Mv} + g \sin \alpha = 2 \left(\frac{2 \times 10^3 H}{Mv} - g \sin \alpha \right) \Rightarrow \sin \alpha = \frac{10^3 H}{Mgv}$$

(05)

(05)

[10]

සෘජු මාර්ගය දිගේ කෙලින්ම ඉහළට චලනය වන විට මෝටර් රථයේ උපරිම වේග v_1 යැයි ගනිමු.

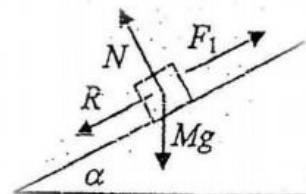
$$F_1 = \frac{10^3 H}{v_1} \quad (05)$$

උපරිම වේගයේ දී ත්වරණයක් නොමැති අතර මෝටර් රථය මත ක්‍රියා කරන බල සමතුලිතතාවේ පවතී.

එවිට, $F_1 - Mg \sin \alpha - R = 0$ යැයි ලැබේ. (05)

$$\frac{10^3 H}{v_1} - Mg \left(\frac{10^3 H}{Mgv} \right) - \frac{10^3 H}{v} = 0 \Rightarrow v_1 = \frac{v}{2} \quad (05)$$

[15]



12. (a) O ලක්ෂ්‍යයක සිට k උසකින් පිහිටි C නම් ලක්ෂ්‍යයකදී නිරයට U කෝණයකින් ආනතව u ප්‍රවේගයෙන් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ පිරස් තලයක ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. ප්‍රක්ෂේපණ තලය මත O ලක්ෂ්‍යය මස්සේ නිරස් හා පිරස් රේඛා පිළිවෙළින් Ox හා Oy අක්ෂ ලෙස ගනිමින් සෘජුකෝණාස්‍ර භාවිතයෙන් බණ්ඩාරාක පද්ධතියක් යලනමු. t කාලයේදී අංශුව (x, y) ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටයි නම්,

$$y = k + x \tan \theta - \frac{gx^2 \sec^2 \theta}{2u^2} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

h ධන වන $A(0, h)$ ලක්ෂ්‍යයේදී නිරයට α කෝණයකින් ආනතව v ප්‍රවේගයෙන් P නම් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ පිරස් තලයේ ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. එම මොහොතේදී $B\left(0, \frac{h}{2}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේදී නිරයට $\beta (> \alpha)$ කෝණයකින් ආනතව w ප්‍රවේගයෙන් Q නම් තවත් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ පිරස් තලයේ ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. නිරස් දුර d වන ලක්ෂ්‍යයේදී P හා Q අංශු දෙක හමුවෙයි නම්,

$$v \cos \alpha = w \cos \beta \quad \text{හා} \quad h = 2d(\tan \beta - \tan \alpha) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\text{අංශු හමුවීමට ගතවන කාලය } \frac{h}{2(w \sin \beta - v \sin \alpha)} \text{ බව ද පෙන්වන්න.}$$

- (b) නිරස් පොළොවක සිට මීටර 3 ක උසකින් පිහිටි සිව්ලිමකට සැතැල්ලු අවිකතා තත්කූලව එක කෙළවරක් යම්බන්ධ කර ඇත. තත්කූල, ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් යව්තර ඇති වලනය විය හැකි සැතැල්ලු සුමට P නම් කප්පියක් යටින් ද, සිව්ලිමට යම්බන්ධ කර ඇති සැතැල්ලු සුමට කප්පියක් උඩින් ද යවා ඇත. තත්කූලේ අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය $M (> m)$ වූ Q නම් අංශුවක් යම්බන්ධ කර ඇත. වලනය විය හැකි P කප්පිය හා Q අංශුව පොළොව සිට පිළිවෙළින් මීටර $\frac{1}{2}$ ක හා මීටර 1 ක උසින් ද, කප්පි සමග ස්පර්ශ කොටන තත්කූ කොටස් පිරස්ව ද පිහිටින. වට පද්ධතිය නිශ්චලතාවෙන් මුද්‍රා හැරේ.

Q අංශුවේ තවරණය හා තත්කූලේ ආනතිය සොයන්න.

$$Q \text{ අංශුව තත්පර } \sqrt{\frac{4M+m}{2M-m}} g \text{ කාලයකට පසුව පොළවට ළඟා වන බව හා } P \text{ කප්පිය පොළොවේ සිට}$$

$$\text{මීටර } \frac{1}{2} + \frac{3M}{4M+m} \text{ උසකට ඉහළ නගින බව පෙන්වන්න.}$$

$$(a) \text{ සිරසට } s = ut + \frac{1}{2}at^2 \text{ යෙදීමෙන්}$$

$$y - k = u \sin \theta \left[\frac{1}{2}gt^2 \right] \rightarrow (1) \text{ යැයි ලැබේ. (10) කොටස}$$

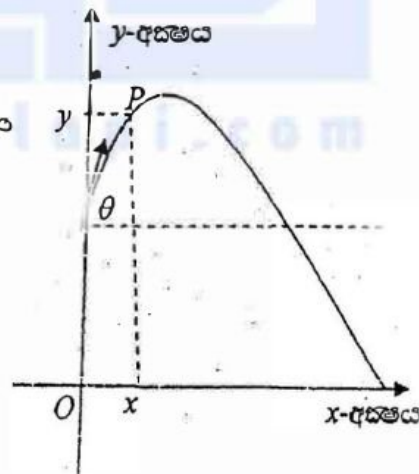
$$\text{නිරයට } \vec{s} = ut + \frac{1}{2}at^2 \text{ යෙදීමෙන්}$$

$$x = ut \cos \theta \Rightarrow t = \frac{x}{u \cos \theta} \text{ යැයි ලැබේ. (05)}$$

(1) ක්

$$y - k = x \tan \theta - \frac{gx^2 \sec^2 \theta}{2u^2} \text{ යැයි ලැබේ. (05)}$$

$$y = k + x \tan \theta - \frac{gx^2 \sec^2 \theta}{2u^2}$$



[20]

නිරසව P අංශුවේ චලිතය සඳහා $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

යෙදීමෙන්

$d = vt_0 \cos \alpha \rightarrow (2)$ වේ ; (05) මෙහි t_0 යනු අංශු දෙක හමුවන කාලය වේ.

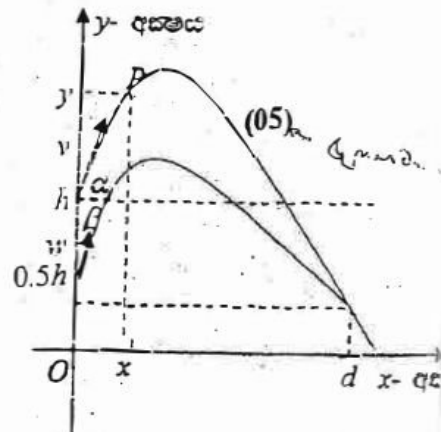
නිරසව Q අංශුවේ චලිතය සඳහා $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

යෙදීමෙන්

$d = wt_0 \cos \beta \rightarrow (3)$ සැසි ලැබේ. (05)

(2) හා (3) න්

$v \cos \alpha = w \cos \beta$ සැසි ලැබේ. (05)



[20]

P අංශුව සඳහා පළමු කොටසේ දී ලබාගත් ප්‍රතිඵලය යෙදීමෙන්

$y_0 = h + d \tan \alpha - \frac{gd^2 \sec^2 \alpha}{2v^2} \rightarrow (4)$ වේ ; (05) මෙහි y_0 යනු අංශු දෙක හමුවන විට උස වේ.

Q අංශුව සඳහා පළමු කොටසේ දී ලබාගත් ප්‍රතිඵලය යෙදීමෙන්

$y_0 = \frac{h}{2} + d \tan \beta - \frac{gd^2 \sec^2 \beta}{2w^2} \rightarrow (5)$ සැසි ලැබේ. (05)

(4) න් (5) $h + d \tan \alpha = \frac{h}{2} + d \tan \beta \Rightarrow h = 2d(\tan \beta - \tan \alpha)$ ලැබේ.

(05)

[15]

$d = \frac{h}{2(\tan \beta - \tan \alpha)} = \frac{h \cos \alpha \cos \beta}{2(\sin \beta \cos \alpha - \sin \alpha \cos \beta)} = wt_0 \cos \beta$ (05)

එනම්, $t_0 = \frac{h}{2w \left(\sin \beta - \sin \alpha \left(\frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \right) \right)} = \frac{h}{2w \left(\sin \beta - \sin \alpha \left(\frac{v}{w} \right) \right)} = \frac{h}{2(w \sin \beta - v \sin \alpha)}$

(05)

(05)

[15]

(b) a යනු Q අංශුවේ ත්වරණය සැසි ගනිමු.

සිරස්ව පහළට Q අංශුවේ චලිතය සඳහා $F = ma$

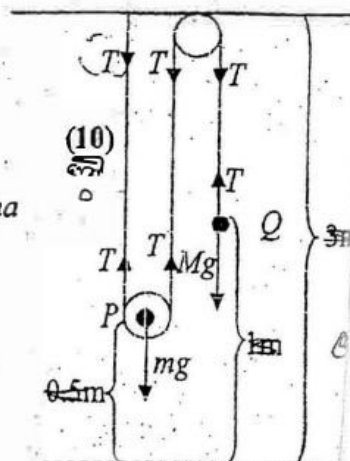
යෙදීමෙන්

$Mg - T = Ma \rightarrow (1)$ සැසි ලැබේ. (05)

සිරස්ව ඉහළට P ක්ෂපිකයේ චලිතය සඳහා $F = ma$

යෙදීමෙන්

$2T - mg = m \frac{a}{2} \rightarrow (2)$ සැසි ලැබේ. (10)



$$(1) \times 2 + (1) \text{ න් } 2Mg - mg = \left(2M + \frac{m}{2}\right)a \text{ යැයි ලැබේ.}$$

$$\text{එනම්, } a = 2\left(\frac{2M - m}{4M + m}\right)g \text{ ලැබේ. (05)}$$

[30]

$$(1) \text{ න් } T = Mg - Ma = Mg \left\{1 - 2\left(\frac{2M - m}{4M + m}\right)\right\} = \frac{3mMg}{4M + m} \text{ ලැබේ.}$$

(05)

(05) *

[10]

සිරස්ව පහළට Q අංශුවේ චලිතය සඳහා $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්

$$1 = 0 + \frac{1}{2}\left(\frac{2(2M - m)}{4M + m}\right)gt_0^2 \text{ වේ; (10) මෙහි } t_0 \text{ යනු පොළවට ලඟාවීමට අවශ්‍ය කාලය වේ.}$$

$$t_0 = \sqrt{\frac{4M + m}{(2M - m)g}} \text{ තත්පර.}$$

[10]

h_0 යනු t_0 කාලය තුළ P කප්පිය ඉහළ නඟින උස යැයි ගනිමු.

සිරස්ව ඉහළට P කප්පියේ චලිතය සඳහා $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්

$$h_0 = 0 + \frac{1}{2}\left(\frac{2M - m}{4M + m}\right)\left(\frac{4M + m}{2M - m}\right) = \frac{1}{2} \text{ මීටර යැයි ලැබේ. (05)}$$

v යනු t_0 කාලයේ දී P කප්පියේ ප්‍රවේගය යැයි ගනිමු.

සිරස්ව ඉහළට P කප්පියේ චලිතය සඳහා $v = u + at$ යෙදීමෙන්

$$v = 0 + \left(\frac{2M - m}{4M + m}\right)g \sqrt{\frac{4M + m}{(2M - m)g}} = \sqrt{\left(\frac{2M - m}{4M + m}\right)g} \text{ යැයි ලැබේ.}$$

(05)

(05)

Q අංශුව පොළවට ලඟාවූ පසු P කප්පිය ඉහළ නඟින උස h_1 යැයි ගනිමු.

Q අංශුව පොළවට ලඟාවූ පසු P කප්පියේ චලිතය සඳහා සිරස්ව ඉහළට $v^2 = u^2 + 2as$ යෙදීමෙන්

$$(05) \quad 0 = \left(\frac{2M - m}{4M + m}\right)g - 2gh_1 \Rightarrow h_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{2M - m}{4M + m}\right) \text{ යැයි ලැබේ. (05)}$$

$$\text{මුළු උස} = \frac{1}{2} + h_0 + h_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{2M - m}{4M + m}\right) = \frac{1}{2} + \frac{3M}{4M + m} \text{ මීටර වේ. (05)}$$

[30]

13. A හා B යනු ප්‍රමිති තිරස් මේසයක් මත එකිනෙක අතර දුර $8l$ වන ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. ජ්‍යාමිතික m වූ P නම් ප්‍රමුඛ අංශුවක් A හා B අතර, AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක තබා ඇත. ඒවායා විෂය දිග $3l$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංක 4λ වන සැතපුම් ප්‍රත්‍යාස්ථතා භන්ඩුවක් මගින් A ලක්ෂ්‍යයට ද, ඒවායා විෂය දිග $2l$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංක λ වන සැතපුම් ප්‍රත්‍යාස්ථතා භන්ඩුවක් මගින් B ලක්ෂ්‍යයට ද P අංශුව සම්බන්ධ කෙරේ.

P අංශුව C ලක්ෂ්‍යයේදී සමතුලිතතාවේ පවතින නම්, $AC = \frac{42}{11}l$ බව පෙන්වන්න.

P අංශුව AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වන M ලක්ෂ්‍යයේ තබා තිබේද්වලාවෙන් මුද්‍රා හැරේ. P අංශුව, AB දිගේ A ලක්ෂ්‍යයේ සිට x දුරින් පිහිටන විට භන්ඩු දෙකෙහි ආතති ලබාගන්න.

$\frac{40}{11}l \leq x \leq 4l$ සඳහා P අංශුවේ චලිත සමීකරණය ලියා දත්තා සුදුසු අංකනයෙන්,

$$\ddot{x} + \frac{11\lambda}{6ml} \left(x - \frac{42}{11}l \right) = 0 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$y = x - \frac{42}{11}l \text{ යැයි පිළිමෙන, } \ddot{y} + \frac{11\lambda}{6ml} y = 0 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම $y = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ ආකාරයේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, A, B හා ω නියතයන් සොයන්න.

P අංශුව A ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\frac{41}{11}l$ දුරින් පිහිටන විට එහි ප්‍රවේගය සොයන්න.

P අංශුව C ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටන විට AP තන්තුවේ ආතතිය T යැයි ගනිමු.

P අංශුව C ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටන විට PB තන්තුවේ ආතතිය T' යැයි ගනිමු.

එවිට, හුක්ගේ නියමයෙන්

$$T = \left(\frac{AC - 3l}{3l} \right) 4\lambda \quad \text{හා} \quad T' = \left(\frac{8l - AC - 2l}{2l} \right) \lambda = \left(\frac{6l - AC}{2l} \right) \lambda \text{ යැයි ලැබේ.}$$

(10) වැටුප

(10) බැර

C ලක්ෂ්‍යයේ දී P අංශුව සමතුලිතතාවේ පවතින බැවින්

$$T = T' \Rightarrow \left(\frac{AC - 3l}{3l} \right) 4\lambda = \left(\frac{6l - AC}{2l} \right) \lambda \Rightarrow 11AC = 42l \Rightarrow AC = \frac{42}{11}l \text{ යැයි ලැබේ.}$$

(05)

(05)

(05)

[40]

P අංශුව A ලක්ෂ්‍යයේ සිට x දුරින් පිහිටන විට AP තන්තුවේ ආතතිය T_1 යැයි ගනිමු.

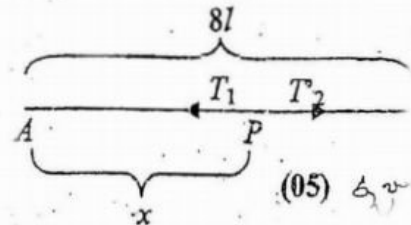
P අංශුව A ලක්ෂ්‍යයේ සිට x දුරින් පිහිටන විට BP තන්තුවේ ආතතිය T_2 යැයි ගනිමු.

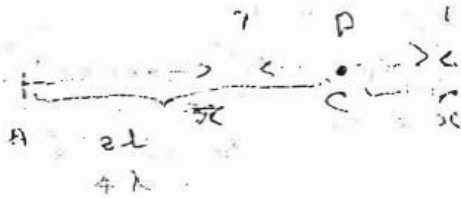
එවිට, හුක්ගේ නියමයෙන්

$$T_1 = \left(\frac{x - 3l}{3l} \right) 4\lambda \text{ යැයි ලැබේ. (05)}$$

$$T_2 = \left(\frac{8l - x - 2l}{2l} \right) \lambda = \left(\frac{6l - x}{2l} \right) \lambda \text{ (05)}$$

AB දිගේ Q අංශුවේ චලිතය සඳහා නිව්ටන්ගේ නියමය යෙදීමෙන්





$$\frac{2l}{\lambda}$$

$$\begin{aligned} (x-2l)\lambda &= \frac{(8l-x-3l)}{3l} \cdot 4l \\ 3x-6l &= 40l-8x \\ 11x &= 46l \end{aligned}$$

$$T_2 - T_1 = m\ddot{x} \text{ යැයි ලැබේ.} \quad (10)$$

$$\text{එනම්, } \left(\frac{6l-x}{2l}\right)\lambda - \left(\frac{x-3l}{3l}\right)4\lambda = m\ddot{x} \text{ වේ. (05)}$$

$$\text{එනම්, } m\ddot{x} + \frac{\lambda}{l}\left(\frac{4}{3} + \frac{1}{2}\right)x - 7\lambda = 0 \text{ වේ. (05)}$$

$$\text{එනම්, } \ddot{x} + \frac{11\lambda}{6ml}x - \frac{7\lambda}{m} = 0 \text{ වේ.}$$

$$\text{එනම්, } \ddot{x} + \frac{11\lambda}{6ml}\left(x - \frac{42}{11}l\right) = 0 \text{ වේ. (05)}$$

[40]

$$y = x - \frac{42}{11}l \text{ යැයි ගනිමු.}$$

$$\text{එවිට, } \dot{y} = \dot{x} \text{ හා } \ddot{y} = \ddot{x} \text{ වේ. (05)}$$

$$\text{එබැවින්, } \ddot{y} + \frac{11\lambda}{6ml}y = 0 \rightarrow (1) \text{ යැයි ලැබේ. (05)}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}$$

[10]

$$y = A\cos\omega t + B\sin\omega t \rightarrow (2).$$

$$\dot{y} = -A\omega\sin\omega t + B\omega\cos\omega t \rightarrow (3).$$

$$t=0 \text{ හි දී, } x=4l \text{ හා } \dot{x}=0 \text{ යන්නෙන් } t=0 \text{ හි දී, } y=\frac{2}{11}l \text{ හා } \dot{y}=0 \text{ ගන්නා වේ. (05)}$$

$$\text{එබැවින්, (2) } \Rightarrow A = \frac{2}{11}l \text{ හා (3) } \Rightarrow B = 0 \text{ වේ.}$$

(05)

(05)

$$\therefore y = \frac{2}{11}l\cos\omega t \Rightarrow \ddot{y} = -\frac{2}{11}l\omega^2\cos\omega t = -\omega^2 y \text{ වේ.}$$

$$\text{මෙය (1) සමඟ සැසඳීමෙන් } \omega^2 = \frac{11\lambda}{6ml} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}} \text{ ලැබේ. (05)}$$

[20]

$$-\frac{2}{11}l \leq y \leq \frac{2}{11}l \text{ සඳහා } y = \frac{2}{11}l\cos\left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}t\right) \text{ වේ. (05)}$$

$$\frac{40}{11}l \leq x \leq 4l \text{ සඳහා } x = \frac{42}{11}l + \frac{2}{11}l\cos\left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}t\right) \text{ වේ. (05)}$$

$$x = \frac{41}{11}l \text{ වන ලක්ෂ්‍යය කරා P අංශුව ලොවීමට ගතවන කාලය } t_0 \text{ යැයි ගනිමු.}$$

$$\text{එවිට, } \frac{2}{11}\cos\left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}t_0\right) = \frac{41}{11} - \frac{42}{11} \Rightarrow \cos\left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}t_0\right) = -\frac{1}{2} \text{ ලැබේ}$$

(05)

(05)

$$\Rightarrow \cos\left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}\right)t_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}t_0 = \frac{2\pi}{3} \quad (05)$$

$$\frac{40}{11}l \leq x \leq 4l \text{ සඳහා, } \dot{x} = -\frac{2}{11}l \left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}\right) \sin\left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}\right)t \text{ වේ. (05)}$$

මෙම ලක්ෂ්‍යයේ දී P අංශුවේ ප්‍රවේගය

$$\dot{x} = -\frac{2}{11}l \left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}\right) \sin\left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}\right)t_0 = -\frac{2}{11}l \left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}\right) \left(+\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{\frac{\lambda l}{22m}} \text{ වේ.}$$

(05)

(05)

[4]

$$v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$$

$$= \frac{11\lambda}{6ml} \left[\frac{4l^2}{121} - \frac{l^2}{121} \right]$$

$$= \frac{11\lambda}{6ml} \times \frac{3l^2}{121}$$

$$= \frac{\lambda l}{22m}$$

$$A = 4l -$$

$$= \frac{2l}{11}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}$$

$$y = \frac{4}{11}$$

$$= l$$

$$\text{වෙන වෙනස් කිරීමේ 36} = \frac{4 \times 2l}{11} - \frac{4 \times l}{11}$$

14.(a) A හා B යනු O ලක්ෂ්‍යයක් සමඟ එක රේඛීය තොවන ප්‍රමිතික ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යැයි ගනිමු. O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් a හා b යැයි ගනිමු. D යනු $BD = 2DA$ වන පරිදි AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය නම්, O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් D ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{1}{3}(2a+b)$ බව පෙන්වන්න.

$\vec{BC} = ka$ ($k > 1$) හා O, D හා C ලක්ෂ්‍ය එක රේඛීය නම්, k හි අගය හා $OD : DC$ අනුපාතය සොයන්න. a හා b ඇසුරෙන් $\vec{AC}$ ප්‍රකාශ කරන්න.

තවද, AC ට සමාන්තරව O ලක්ෂ්‍යය මස්සේ යන රේඛාවට E හි දී $\vec{AB}$ හමුවේ නම්, $6DE = AB$ බව පෙන්වන්න.

(b) Ox හා Oy සාප්‍රකෝණාස්‍ර කාටීසියානු අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක පිළිවෙළින් $(\sqrt{3}, 0), (0, -1)$ හා $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 1)$ වෙයි. විශාලත්ව නිව්ටන $6P, 4P, 2P$ හා $2\sqrt{3}P$ වන බල පිළිවෙළින් OA, BC, CA හා BO පාද දිගේ, අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දක්වන දිශාවට ක්‍රියා කරයි. මෙම බලවල සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.

සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව y -අක්ෂය සහන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

ඊ තවත්, සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

විශාලත්වය නිව්ටන $6\sqrt{3}P$ වන වෙනත් බලයක් අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දක්වන දිශාවට AB දිගේ, බල පද්ධතියට යොදනු ලැබෙයි. විශාලත්වය නිව්ටන මීටර $10P$ වන යුක්තියකට බල පද්ධතිය උභ්‍යන්‍ය වන බව පෙන්වන්න.

(ආර්. 3 වෙනම ලියන්න)

$$(a) \vec{OD} = \vec{OA} + \vec{AD} = \vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} - \vec{a}) = \frac{1}{3}(2\vec{a} + \vec{b})$$

(05) (05) [15]

$$\vec{OC} = \vec{b} + ka \quad (05)$$

O, D හා C එකරේඛීය බැවින්

$$\vec{OD} = \lambda \vec{OC} \quad \text{වේ; මෙහි } \lambda \text{ පරාමිතියකි.}$$

$$\text{එනම්, } \frac{1}{3}(2\vec{a} + \vec{b}) = \lambda(\vec{b} + ka) \quad \text{වේ.} \quad (05)$$

$$(3\lambda k - 2)\vec{a} + (3\lambda - 1)\vec{b} = \vec{0}$$

a හා b යනු සමාන්තර නොවන දෛශික දෙකක් බැවින්

$$3\lambda k - 2 = 0 \quad \text{හා} \quad 3\lambda - 1 = 0 \quad (05) \Rightarrow \lambda = \frac{1}{3} \quad (05) \quad \text{හා} \quad k = 2 \quad \text{ලැබේ.} \quad (05) \quad [20]$$

$$\vec{OD} = \lambda \vec{OC} \Rightarrow OD = \frac{1}{3}OC \Rightarrow OD = \frac{1}{3}(OD + DC) \Rightarrow 2OD = DC \Rightarrow OD : DC = 1 : 2$$

(05)

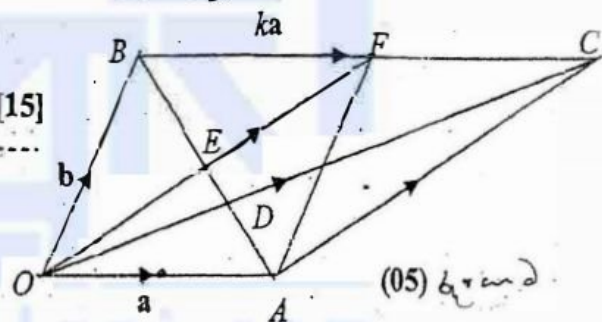
(05)

(05)

[20]

$$\therefore \vec{OC} = \vec{b} + 2\vec{a}$$

$$\therefore \vec{AC} = \vec{AO} + \vec{OC} = -\vec{a} + (\vec{b} + 2\vec{a}) = \vec{a} + \vec{b} \quad (05)$$



එවිට, OE යන්න AC සමාන්තර බැවින් $OACF$ සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

$$\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{AC} = \mathbf{a} + \mathbf{b} \quad (05)$$

එමනිසා, E සිනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. (05)

$$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} = -\frac{1}{3}(\mathbf{b} - \mathbf{a}) + \frac{1}{2}(\mathbf{b} - \mathbf{a}) = \frac{1}{6}(\mathbf{b} - \mathbf{a}) \quad (05)$$

$$6\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AB} \Rightarrow 6DE = AB$$

മുൻപ്
പഴയ നൂറ്റാണ്ട്
10 ലെ ദൃഷ്ടി

၁၃၃၁ ခုနှစ်
 ဇန်နဝါရီလ ၁၀ ရက်
 (၁) နံနက်

[20]

(b) *Ox* දිගේ බල විභේදනයෙන්

$$X = 6P + 4P \cos \frac{\pi}{3} + 2P \cos \frac{\pi}{3} = 9P \text{ ་ (10)}$$

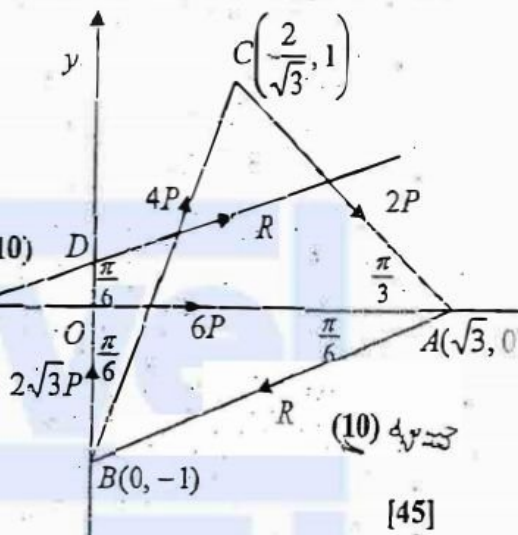
ဝှာ့ကိုယ် ခင် ဝိဇ္ဇာသုတ္တံ

$$Y = 2\sqrt{3}P + 4P \sin \frac{\pi}{3} - 2P \sin \frac{\pi}{3} = 3\sqrt{3}P \text{ ଭେ. (10)}$$

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{81 + 27P} = 6\sqrt{3P} \quad (05)$$

$$\tan \theta = \frac{Y}{X} = \frac{3\sqrt{3}P}{9P} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{ସି. (05)}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6} \quad \text{Q.E.D. (05)}$$



$OD = d$ වන සේ D ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ සම්ප්‍රසූතතය ගමන් කරයි යැයි සිතමු.

D වටා වාමාවර්තව ස්පර්ශ ගැනීමෙන්

$$4P \cos \frac{\pi}{3} \times (d+1) + 6P \times d + 2P \cos \frac{\pi}{3} \times d - 2P \sin \frac{\pi}{3} \times \sqrt{3} = 0 \text{ යැයි ලැබේ. (10)}$$

$$2 \times (d+1) + 6 \times d + 1 \times d - \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 0 \Rightarrow d = \frac{1}{9} \text{ යැයි ලැබේ. (05)} \quad [15]$$

0 ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන කාටිසියානු කණ්ඩාංක පද්ධතියක් අනුබද්ධයෙන් සම්ප්‍රසක්තයේ ක්‍රියාරේඛාව මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක් (x, y) යැයි ගනිමු.

එනිසා, $\frac{y-d}{x} = \tan \frac{\pi}{6} \Rightarrow y - \frac{1}{9} = \frac{1}{\sqrt{3}}x \Rightarrow 9y - 3\sqrt{3}x - 1 = 0$ වේ. (05) [05]

ಶ್ರೀ ೧೦೦೦೦೦೦೦

පද්ධතියේ සම්ප්‍රසාරණය හා AB දිගේ යොදන ලද බලය සමාන හා ප්‍රතිවිරුද්ධ වේ.

පබාලන, පද්ධතිය විශාලත්වය $6\sqrt{3}P \times \left(1 + \frac{1}{9}\right) \sin \frac{\pi}{3} = 10P$ නිව්වන මීටර වන

සුරණයකට උණනිය වේ.

(05)

(05)

[10]

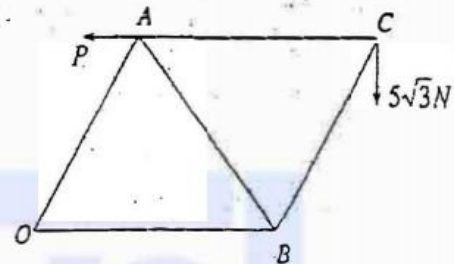
5. (a) එක එකක බර W වන AB හා AC ඒකාකාර සමාන දඬු දෙකක්, A හි දී සුළු ලෙස සන්ධි කර ඇති අතර B හා C කෙළවරවල් සැතැල්ලු අවිනතා නත්තුවක් මගින් සම්බන්ධ කර ඇත. එක එකක් නිරවස්ථ α කෝණයකින් ආනත සුමට තල දෙකක් මත B හා C කෙළවරවල් පිහිටන සේ දඬු සිරස් තලයක පමුණුකරනාටි නබා ඇත; BC නිරස් වන අතර BC ට ඉහළින් A වෙයි. B හි ප්‍රතික්‍රියාව යොයන්න.

$\tan \theta > 2 \tan \alpha$ නම්, තත්ත්වේ ආතතිය $\frac{1}{2} W(\tan \theta - 2 \tan \alpha)$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\angle BAC = 2\theta$ වේ.

A සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව යොයන්න.

- (b) OA, OB, AC, AB හා BC සැතැල්ලු සමාන දඬු පහක්, රූපයේ දක්වන ආකාරයට, ඒවායේ කෙළවරවල්දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත.

රාමුකවිටුව O හි දී සුමට ලෙස අයවූ කර ඇති අතර C හි දී නිව්ටන $5\sqrt{3}$ ක බරක් දරයි. OB නිරස් වන පරිදි A හි දී නිව්ටන් P වන නිරස් බලයක් මගින් රාමුකවිටුව සිරස් තලයක තබා ඇත.



(i) P හි අගය යොයන්න.

(ii) O හි ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිශාව යොයන්න.

(iii) බෝ අංකනය යෙදීමෙන්, රාමුකවිටුව සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් ඇඳ, ආතති හා තෙරපුම් වෙන්කොට දක්වමින් දඬු සියල්ලෙහි ප්‍රත්‍යාබල යොයන්න.

- (a) එක් එක් දණ්ඩේ දිග $2a$ යැයි ගනිමු.

සිරසට බල විභේදනයෙන්

$$2R \cos \alpha = 2W \Rightarrow R = W \sec \alpha \text{ යැයි ලැබේ.}$$

(05)

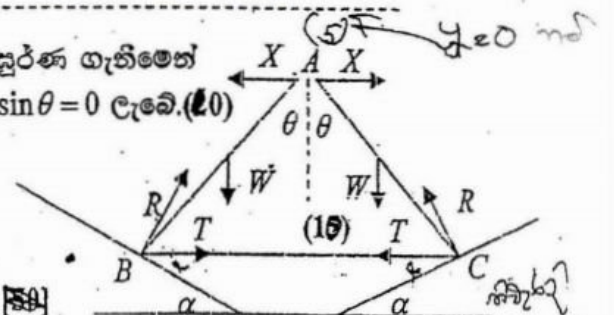
(05)

[10]

AB දණ්ඩේ සමතුලිතතාව සඳහා A වටා වාමාවර්තව සුර්ණ ගැනීමෙන් $T \cdot 2a \cos \theta + R \sin \alpha \cdot 2a \cos \theta + W \sin \theta - R \cos \alpha \cdot 2a \sin \theta = 0$ ලැබේ. (10)

$$2T + 2W \tan \alpha + W \tan \theta - 2W \tan \theta = 0 \text{ වේ. (10)}$$

$$T = \frac{W}{2} (\tan \theta - 2 \tan \alpha) \text{ වේ. (05)}$$



[40] සහ

AB දණ්ඩේ සමතුලිතතාව සඳහා B වටා වාමාවර්තව සුර්ණ ගැනීමෙන්

$$X \cdot 2a \cos \theta - W \sin \theta = 0 \text{ ලැබේ. (05)}$$

$$\text{එනම්, } X = \frac{W}{2} \tan \theta \text{ වේ. (05)}$$

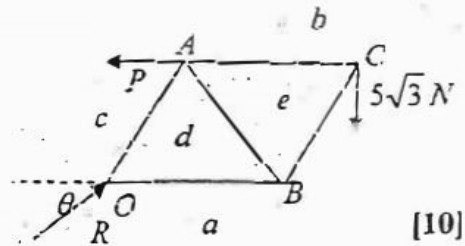
[10]

(b) ඕනෑම දණ්ඩක දිග $2a$ යැයි ගනිමු.

ඉහත සූර්ණ ගැනීමෙන්

$$P \cdot 2a \sin \frac{\pi}{3} - 5\sqrt{3} \cdot \left\{ 2a + 2a \cos \frac{\pi}{3} \right\} = 0 \text{ ලැබේ. (05)}$$

$P = 15 \text{ N}$ ଭା. (05)



[10]

O හි ප්‍රතික්‍රියාව R යැයි ද, R තීරය සමග θ කෝණයක් සාදයි යැයි ද ගනිමු. සිරයට බල විභේදනයෙන්

$$R \sin \theta = 5\sqrt{3} \text{ ຕຸລະວິ. (05)}$$

නිරසට බල විභේදනයෙන්

$$R \cos \theta = P = 15 \text{ ලැබේ. (05)}$$

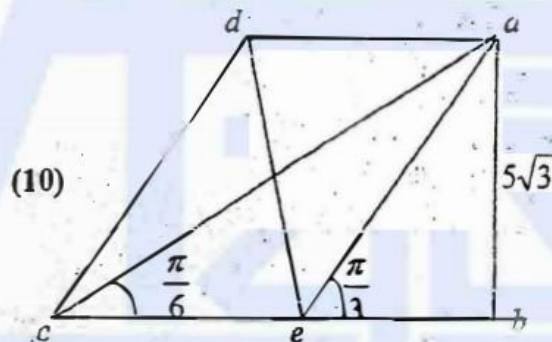
$$R = \sqrt{75 + 225} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}\text{N} \text{ ଉ. (05)}$$

$$\tan \theta = \frac{.5\sqrt{3}}{15} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6} \text{ ଚି. (05)}$$

[20]

එබැවින්, O හි ප්‍රතික්‍රියාව නිරසා සමග $\frac{\pi}{6}$ කෝණයක් සාදයි

ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහන:



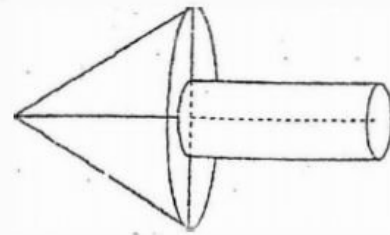
[10]

දෘශ්‍ය	ප්‍රත්‍යාබලය	විශාලත්වය
OA	තෙරපුම	10N
OB	තෙරපුම	10N
AC	ආතතිය	5N
AB	ආතතිය	10N
BC	තෙරපුම	10N

25
(20)

(25)
(20)

16. උස h වූ ඒකාකාර සහ සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිති අක්ෂය මත, ආධාරකයේ සිට $\frac{1}{4}h$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.



රූපයේ දක්වන පරිදි උස h වන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවකින් හා අරය r හා උස $2h$ වන සෘජු වෘත්තාකාර පිලිත්තරයකින් ඒකාකාර සහ සංයුක්ත වස්තුවක් සමන්විත වෙයි.

සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිති අක්ෂය මත, කේතුවේ ශීර්ෂයේ සිට $\frac{5}{4}h$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

එක කෙළවරක් සිවිලිමකට හා අනෙක් කෙළවර කේතුවේ වෘත්තාකාර පතුලේ පරිධියෙහි A නම් ලක්ෂ්‍යයකට පවිතොට ඇති සැහැල්ලු අවිනාශ්‍ය තන්තුවක් මගින් සංයුක්ත වස්තුව සිරස් තලයක නිදහසේ ඵලලෙමින් තිබෙයි.

සංයුක්ත වස්තුවේ සමමිති අක්ෂය යම් අත් සිරය සමඟ α කෝණයක් සාදයි නම්, $\tan \alpha = \frac{12r}{h}$ බව පෙන්වන්න.

කේතුවේ ශීර්ෂයේදී සංයුක්ත වස්තුවේ සමමිති අක්ෂය දිගේ P නම් බලයක් යෙදීමෙන් සංයුක්ත වස්තුවේ සමමිති අක්ෂය සිරස් වන ආකාරයට සංයුක්ත වස්තුව සමතුලිතතාවේ තැබෙයි. P බලය හා තන්තුවේ ආතතිය, W හා α ඇසුරෙන් සොයන්න; මෙහි W සෘජු සංයුක්ත වස්තුවේ බර වෙයි.

සමමිතියෙන් කේතුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි

සමමිතික අක්ෂය මත පිහිටයි. (05)

$\bar{x}$ යනු කේතුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට එහි ශීර්ෂය වන O සිට ඇති දුර යැයි ගනිමු.

කේතුවේ ඝනත්වය ρ යැයි ගනිමු.

$$\frac{1}{3} \pi (h \tan \alpha)^2 h \rho \bar{x} \quad (05)$$

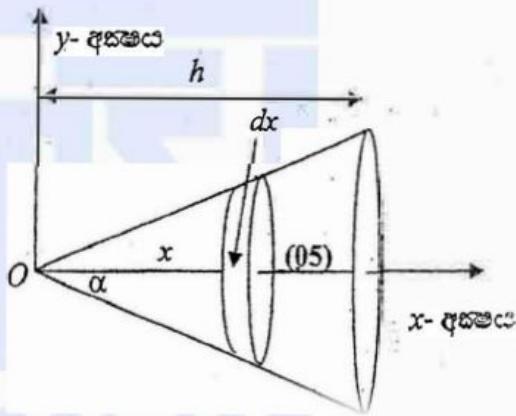
$$= \int_0^h \pi (x \tan \alpha)^2 x \rho dx \quad (10)$$

$$\text{එනම්, } \frac{1}{3} h^3 \bar{x} = \int_0^h x^3 dx = \frac{h^4}{4} \Rightarrow \bar{x} = \frac{3}{4} h \text{ වේ. (05)}$$

එබැවින්, කේතුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි අක්ෂය මත, ආධාරකයේ සිට $\frac{1}{4}h$ දුරකින් පිහිටයි.

(05) [40]

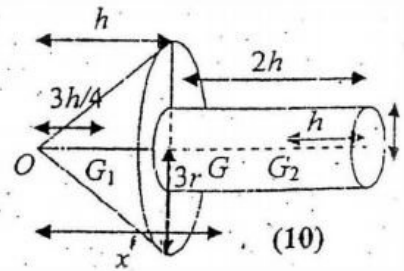
Ε αναφέρεται στην απάντηση



සමමිතියෙන් යුත් සහ වෘත්තාකාර සිලිංඩරයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිතික අක්ෂය මත, කේතුවේ O ශීර්ෂයේ සිට $2h$ දුරකින් පිහිටයි. (05)

පළමු කොටස අනුව කේතුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිතික අක්ෂය මත කේතුවේ O ශීර්ෂයේ සිට $\frac{3}{4}h$ දුරකින් පිහිටයි. (05)

සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිතික අක්ෂය මත, කේතුවේ O ශීර්ෂයේ සිට x' දුරකින් වේ යැයි ගනිමු.



$$\left(\pi r^2 (2h) + \frac{1}{3} \pi (3r)^2 h \right) \rho x' = \left(\pi r^2 (2h) \right) (2h) \rho + \left(\frac{1}{3} \pi (3r)^2 h \right) \rho \left(\frac{3h}{4} \right)$$

(10)

(05)

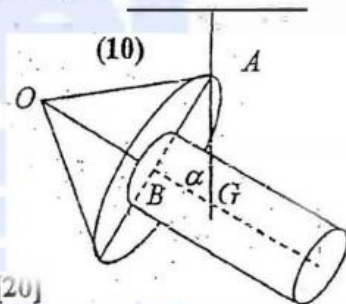
(05), (05) (නිවැරදි සමීකරණයට)

$$5x' = 4h + \frac{9}{4}h \Rightarrow x' = \frac{5}{4}h \quad (05)$$

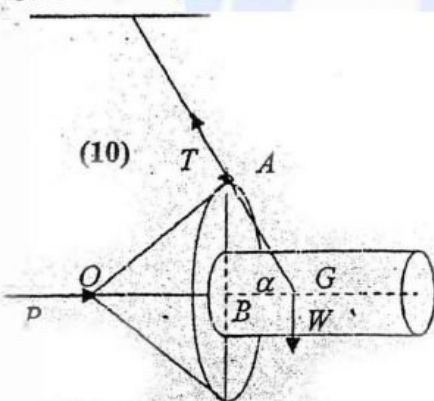
[50]

$$AB = 3r \text{ හා } BG = OG - OB = \frac{5h}{4} - h = \frac{h}{4} \text{ වේ. (05)}$$

$$\tan \alpha = \frac{AB}{BG} = \frac{12r}{h} \quad (05)$$



[20]



(10)

ලාම් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්

$$\frac{P}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)} = \frac{T}{\sin\frac{\pi}{2}} = \frac{W}{\sin(\pi - \alpha)} \quad \text{ලාම්. (15)}$$

$$\frac{P}{\cos \alpha} = T = \frac{W}{\sin \alpha} \quad (05)$$

$$P = W \cot \alpha \quad (05) \text{ හා } T = W \operatorname{cosec} \alpha \text{ වේ. (05) [40]}$$

අ) 4

$$W \times \left(\frac{5h}{4} - h \right) = P \times 3r \quad (10)$$

$$W \times \frac{h}{4} = P \quad 20$$

$$W \times \frac{h}{12r} = P$$

17. (a) මල්ලක සුදු 5 ක්, කළු 3 ක් හා රතු 7 ක් වශයෙන් පරිවෘත්ත බෝල අඩංගු වෙයි. ප්‍රතිස්ථාපනය රහිතව බෝල තුනක් සසම්භාවී ලෙස මල්ලෙන් ගනු ලැබේ.

- බෝල තුනම කළු වීමේ,
 - බෝල තුනෙන් කිසිම බෝලයක් සුදු නොවීමේ,
 - යටත් පිරිසෙයින් එක බෝලයක් සුදු වීමේ,
 - බෝල වෙනස් වර්ණවලින් යුක්ත වීමේ,
 - කළු, රතු, ඊළඟට සුදු යන පටිපාටියට බෝල තුන ගැනීමේ
- සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) එක්තරා පන්තියක සිසුන්ට සංඛ්‍යාතය ප්‍රශ්න පත්‍රයක් දෙනු ලැබේ. මෙම සිසුන් ලබා ගන්නා ලද ලකුණු පහත දැක්වෙන සමූහික සංඛ්‍යාත වගුවෙහි දී ඇත;

ලකුණු පරාසය	සිසුන් ගණන
00 - 20	14
20 - 40	f_1
40 - 60	27
60 - 80	f_2
80 - 100	15

20-40 හා 60-80 ලකුණු පරාසවල සංඛ්‍යාත, වගුවෙහි දක්නට නොමැත. කෙසේ නමුත්, සමූහික සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මාතෘ, හා මධ්‍යස්ථය පිළිවෙලින් 48 හා 50 බව දනී. වගුවේ දක්නට නොමැති සංඛ්‍යාත දෙක සොයන්න.

ඊ නමින්, සංඛ්‍යාතය, ප්‍රශ්න පත්‍රය සඳහා පෙනී සිටි මුළු සිසුන් ගණන ලබාගන්න.

සමූහික සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

(a) (i) $P(BBB) = P(B)P(B|B)P(B|BB) = \frac{3}{15} \times \frac{2}{14} \times \frac{1}{13} = \frac{1}{455}$ (05) (10) (05) [20]

හෝ $P(BBB) = \frac{{}^3C_3}{{}^{15}C_3} = \frac{3!}{15 \times 14 \times 13} = \frac{1}{455}$ (10) (05) (05) [20]

(ii) $P(W'W'W') = P(W')P(W'|W')P(W'|W'W') = \frac{10}{15} \times \frac{9}{14} \times \frac{8}{13} = \frac{24}{91}$ (05) (10) (05) [20]

හෝ $P(W'W'W') = \frac{{}^{10}C_3}{{}^{15}C_3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{15 \times 14 \times 13} = \frac{24}{91}$ (10) (05) (05) [20]

(iii) $P(\text{යටත් පිරිසෙයින් එක බෝලයක් සුදුවීම})$

$$= 1 - P(\text{බෝල තුනෙන් කිසිවක් සුදු නොවීම}) \quad (05)$$

$$= 1 - \frac{24}{91} = \frac{67}{91}$$

(05)

(05)

[15]

(iv) $P(\text{බෝල වෙනස් වර්ණ වලින් සුක්ක වීම}) = \frac{{}^5C_1 \times {}^3C_1 \times {}^7C_1}{{}^{15}C_3} = \left(\frac{5 \times 3 \times 7}{15 \times 14 \times 13} \right) \times 3! = \frac{3}{13}$

(05)

(05)

(05)

[15]

(v) $P(BRW) = P(B)P(R|B)P(W|BR) = \frac{3}{15} \times \frac{7}{14} \times \frac{5}{13} = \frac{1}{26}$

(05)

(05)

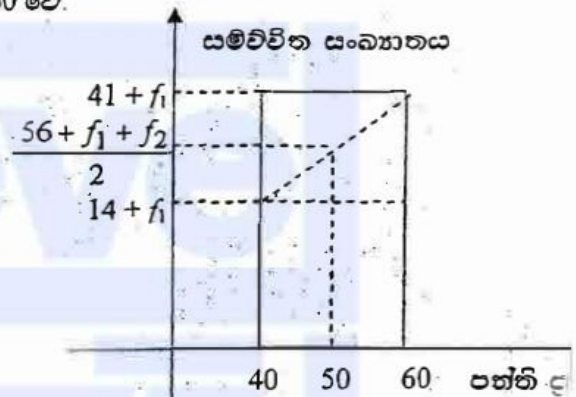
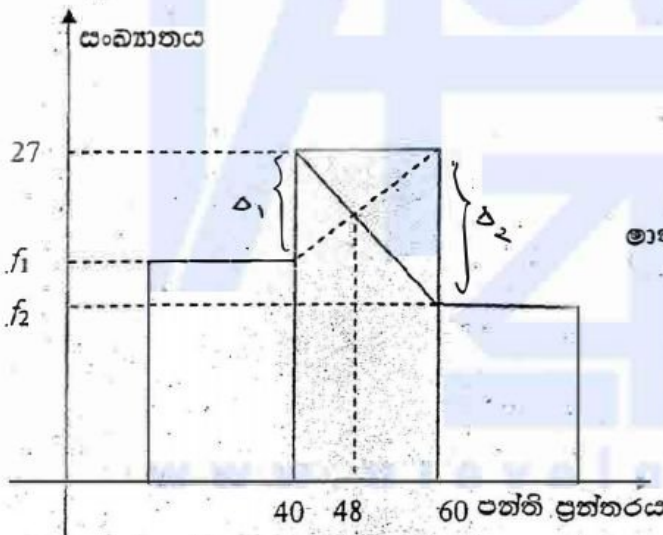
[10]

(b) මධ්‍යන්‍යය = 50 නිසා මධ්‍යස්ථ පන්තිය 40 - 60 වේ.

$$14 + f_1 + \frac{27}{20} \times 10 = \frac{56 + f_1 + f_2}{2} \quad (10)$$

$$28 + 2f_1 + 27 = 56 + f_1 + f_2$$

$$\text{එනම්, } f_1 - f_2 = 1 \rightarrow (1) \text{ වේ.}$$



මාතෘකා = 48 නිසා මාතෘකා පන්තිය 40 - 60 වේ

$$\frac{27 - f_1}{27 - f_2} = \frac{48 - 40}{60 - 48} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \quad (10)$$

$$\text{එනම්, } 3f_1 - 2f_2 = 27 \rightarrow (2) \text{ වේ.}$$

(1) හා (2) න්

$$f_1 = 25 \quad (05) \text{ හා } f_2 = 24 \text{ ලැබේ.} \quad (05)$$

[30]

සංඛ්‍යාතය ප්‍රශ්න පත්‍රය සඳහා පෙනී සිටි මුළු සිසුන් ගණන

$$= 56 + f_1 + f_2 = 56 + 25 + 24 = 105 \text{ වේ.} \quad (05)$$

[05]

$$M_0 = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) C$$

$$48 = 40 + \left(\frac{27 - f_1}{27 - f_1 + 27 - f_2} \right) \times 20 \quad (10)$$

$$\frac{8}{20} = \frac{27 - f_1}{54 - f_1 - f_2}$$

$$108 - 2f_1 - 2f_2 = 135 - 48f$$

$$M_0 = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - F_{n-1}}{\Delta_1} \right) C$$

$$50 = 40 + \left(\frac{56 + f_1 + f_2 - (41 + f_1)}{27} \right) \times 20$$

$$27 = 56 + f_1 + f_2 - 28 - 2f_1$$

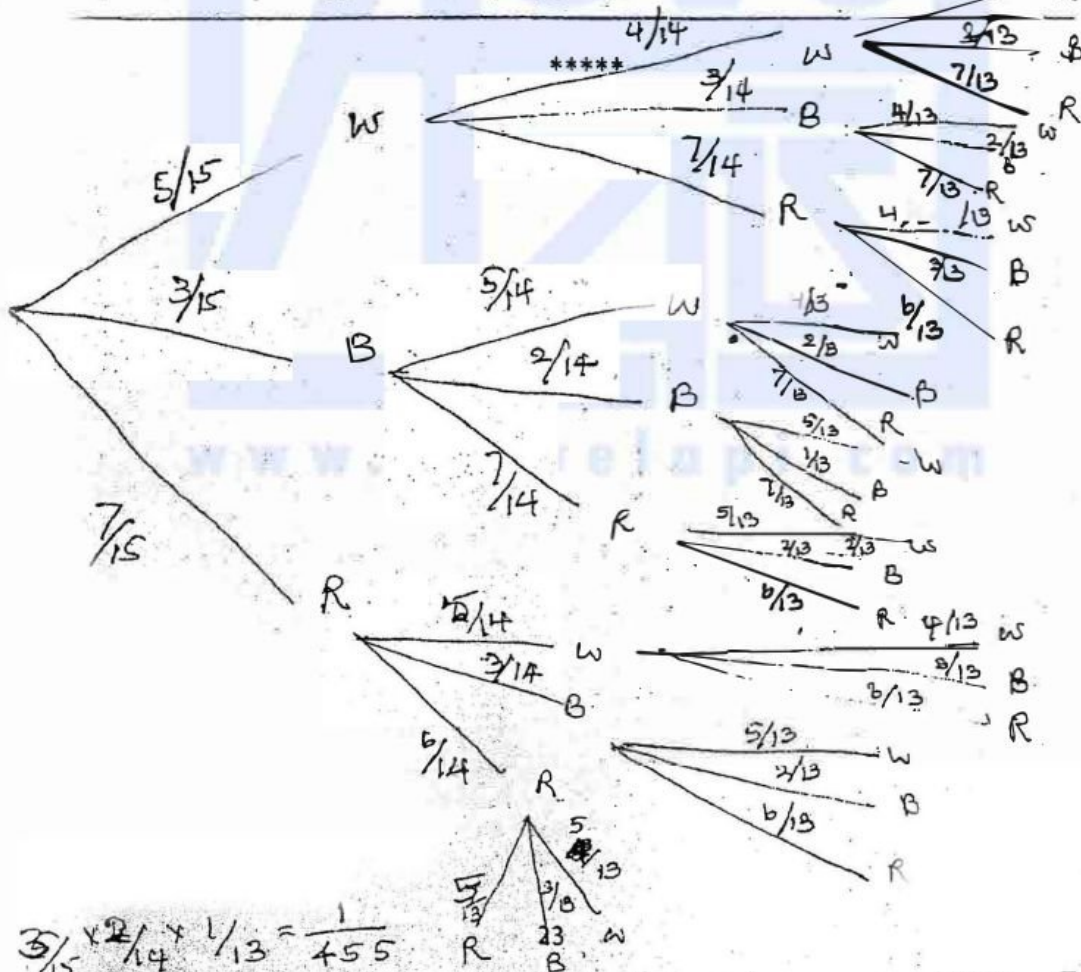
$$-1 = f_2 - f_1$$

$$f_1 - f_2 = 1$$

පන්ති ප්‍රස්තරය	මැද අගය (x)	සංඛ්‍යාතය (f)	$d = \frac{x-50}{20}$	fd	fd^2
00-20	10	14	-2	-28	56
20-40	30	25	-1	-25	25
40-60	50	27	0	0	0
60-80	70	24	1	24	24
80-100	90	15	2	30	60
මුළු ගණන		105		1	165

$\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{50}{105} = 50.19$ (05) (05)
 මධ්‍යන්‍යය = $50 + 20 \times \frac{1}{21} = 50 + \frac{4}{21} = 50.19$ වේ. (05) [10]

විචලනය = $20^2 \left\{ \frac{1}{105} \sum f_i d_i^2 - \left(\frac{\sum f_i d_i}{105} \right)^2 \right\} = \left(\frac{20}{105} \right)^2 (165 \times 105 - 1) = 17324 \left(\frac{4}{21} \right)^2$
 (05) (05) (05)
 මූලික අපගමනය = $\frac{4}{21} \sqrt{17324} = \frac{4 \times 131.62}{21} = 25.07$ වේ. (05) [25]



$\frac{3}{15} \times \frac{2}{14} \times \frac{1}{13} = \frac{1}{455}$

$\frac{3}{15} \times \frac{2}{14} \left(\frac{1}{13} + \frac{7}{13} \right) + \frac{3}{15} \times \frac{7}{14} \left(\frac{2}{13} + \frac{6}{13} \right) + \frac{7}{15} \times \frac{3}{14} \left(\frac{2}{13} + \frac{6}{13} \right) + \frac{7}{15} \times \frac{6}{14} \left(\frac{3}{13} + \frac{5}{13} \right)$
24/91