WWW.ALEVELAPI.COM

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

ජාතික ඇගයීම් හා පරීක්ෂණ සේවාව

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2012

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

www.alevelapi.com

10 – සංයුක්ත ගණිතය – I

මෙය උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා සකස් කෙරිණි. ප්‍රධාන පරීක්ෂක සාකච්ඡා පැවැත්වෙන අවස්ථාවේ දී ඉදිරිපත් වන අදහස් අනුව මෙහි ඇතැම් වෙනස්කම් කරනු ලැබේ. මෙය පන්ති කාමර ඉගෙනුම් ක්‍රියාවලිය සඳහා ආධාරකයක් ලෙස යොද ගත හැකිය යනු අපගේ විශ්වාසයයි.

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

සංයුක්ත ගණිතය I A කොටස

1. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු n ධන නිඛිල සඳහා $1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ බව සාධනය කරන්න.

$n=1$ විට, L. H. S. = 1 = R. H. S. වේ. (05)

එබැවින්, ප්‍රතිඵලය $n=1$ ට සත්‍ය වේ.

$n=p$ විට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය යැයි උපකල්පනය කරමු.

එනම්, $1+2+\cdots+p=\frac{p(p+1)}{2}$ යැයි උපකල්පනය කරමු. (05)

$n=p+1$ විට,

$$1+2+\cdots+p+(p+1)=\frac{p(p+1)}{2}+(p+1)=\frac{(p+1)\{(p+1)+1\}}{2} \text{ වේ.}$$

(05) (05)

එබැවින්, ප්‍රතිඵලය $n=p+1$ ට සත්‍ය වේ.

ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය මගින් සියලුම ධන නිඛිලයක් n සඳහා $1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ වේ.

(05) **25**

---

2. ADDING යන වචනයේ අකුරු සියල්ලම යොදාගෙන සෑදිය හැකි පිළියෙල කිරීම් ගණන සොයන්න. මෙම පිළියෙල කිරීම්වලින් කොපමණ ගණනක ප්‍රාණාක්ෂර (vowels) වෙන්ව පවතී දැයි සොයන්න.

වචනයට අකුරු හයක් ඇති අතර එයින් අකුරු දෙකක් එකම වර්ගයේ වේ.

අකුරු සියල්ලම යොදා කළ හැකි පිළියෙල කිරීම් ගණන $=\frac{6!}{2!}=6\times5\times4\times3=360$

(05) (05) **10**

ප්‍රාණාක්ෂර දෙකක් ඇති අතර නම් වශයෙන් ඒවා A හා I වේ.

මෙම ප්‍රාණාක්ෂර දෙක එක අකුරක් ලෙස ගනිමින් ප්‍රාණාක්ෂර එකට සිටින ලෙස කළ හැකි පිළියෙල කිරීම් ගණන $=\frac{5!}{2!}=5\times4\times3=60$. (05)

A හා I අකුරු මාරු කළ හැකි බැවින් ප්‍රාණාක්ෂර එකට සිටින ලෙස කළ හැකි මුළු පිළියෙල කිරීම් ගණන $=2\times60=120$. (05)

එබැවින්, ප්‍රාණාක්ෂර වෙන්ව පවතින ලෙස කළ හැකි මුළු පිළියෙල කිරීම් ගණන $=360-120=240$ (05) **15**

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

(3) p නිශ්ශුන්‍ය නියතයක් වන $(1+px)^{12}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x හි සංගුණකය හා x^2 හි සංගුණකය පිළිවෙළින් $-q$ හා $11q$ නම්, p හා q හි අගයන් සොයන්න.

-2 $\quad$ 24

$(1+px)^{12}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x පදය $^{12}C_1px$ වේ.

x හි සංගුණකය: $^{12}C_1p=-q \Rightarrow 12p=-q \rightarrow (1)$. **(05)**

$(1+px)^{12}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x^2 පදය $^{12}C_2p^2x^2$ වේ.

x^2 හි සංගුණකය: $^{12}C_2p^2=11q \Rightarrow 66p^2=11q \Rightarrow 6p^2=q \rightarrow (2)$. **(05)**

$(1)+(2) \Rightarrow p=-2$ හෝ 0 වේ. **(05)**

p යනු නිශ්ශුන්‍ය නියතයක් බැවින්, $p=-2$ වේ. **(05)**

(1) න් $q=24$ යැයි ලැබේ. **(05)**

25

---

(4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\sin x}{2\sin^2 3x-x^2\cos x}=\dfrac{1}{17}$ බව පෙන්වන්න.

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\sin x}{2\sin^2 3x-x^2\cos x}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\sin x}{x}}{2\frac{\sin^2 3x}{x^2}-\cos x}\ \textbf{(10)}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\sin x}{x}}{18\left(\frac{\sin 3x}{3x}\right)^2-\cos x}\ \textbf{(05)}$$

$$=\frac{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}}{18\left\{\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\sin 3x}{3x}\right)\right\}^2-\lim\limits_{x\to 0}\cos x}=\frac{1}{18-1}=\frac{1}{17}$$

(05) $\quad$ **(05)**

25

---

(5) $2e^x+3e^{-x}=A(2e^x-e^{-x})+B(2e^x+e^{-x})$ වන අයුරින් A හා B නියත සොයන්න.

ඒ නයින්, $\displaystyle\int\frac{2e^x+3e^{-x}}{2e^x+e^{-x}}\,dx$ සොයන්න.

-1 $\quad$ 2

$2e^x+3e^{-x}=A(2e^x-e^{-x})+B(2e^x+e^{-x})$.

$(2A+2B-2)e^x+(-A+B-3)e^{-x}=0 \Rightarrow A+B=1$ හා $-A+B=3$ වේ.

$\Rightarrow A=-1$ හා $B=2$ වේ.

(05) $\quad$ **(05)**

10

$$\int\frac{2e^x+3e^{-x}}{2e^x+e^{-x}}dx=-\int\frac{2e^x-e^{-x}}{2e^x+e^{-x}}dx+2\int dx=-\ln\left(2e^x+e^{-x}\right)+2x+C$$

(05) $\quad$ (5) $\quad$ (10) $\quad$ (5)

15

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

(6.) l යනු $(4, 0)$ හා $(0, 2)$ ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යන සරල රේඛාවක් ද, m යනු $(2, 0)$ හා $(0, 3)$ ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යන සරල රේඛාවක් ද යැයි ගනිමු. l හා m සරල රේඛාවල සමීකරණ සොයන්න. ඒ නයින්, l හා m හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හා මූල ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. $2y = 3x$

l හි සමීකරණය $\dfrac{y}{x-4} = \dfrac{2-0}{0-4} \Rightarrow 2x + 4y - 8 = 0 \Rightarrow x + 2y - 4 = 0$ වේ. **(05)** **[05]**

m හි සමීකරණය $\dfrac{y}{x-2} = \dfrac{3-0}{0-2} \Rightarrow 3x + 2y - 6 = 0$ වේ. **(05)** **[05]**

l හා m හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන ඕනෑම සරල රේඛාවක සමීකරණය

$x + 2y - 4 + \lambda(3x + 2y - 6) = 0$ ලෙස ලිවිය හැකිය; මෙහි λ යනු පරාමිතියකි. **(05)**

මෙම රේඛාව මූල ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන බැවින්, $\lambda = -\dfrac{2}{3}$ යැයි ලැබේ. **(05)**

එබැවින්, අවශ්‍ය රේඛාවේ සමීකරණය $2y - 3x = 0$ වේ. **(05)** **[15]**

වෙනත් ක්‍රමයක්:

මූල ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන ඕනෑම සරල රේඛාවක සමීකරණය $y - \mu x = 0$ ලෙස ලිවිය හැකිය; මෙහි μ යනු පරාමිතියකි. **(05)**

l හා m හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය $\left(1, \dfrac{3}{2}\right)$ වේ. **(05)**

රේඛාව මෙම ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන බැවින්, $\mu = \dfrac{3}{2}$ යැයි ලැබේ.

එබැවින්, අවශ්‍ය රේඛාවේ සමීකරණය $2y - 3x = 0$ වේ. **(05)** **[15]**

(7.) C නම් වක්‍රයක් $y = 4 - 4x + 3x^2 - x^3$ සමීකරණය මගින් දෙනු ලැබේ. C වක්‍රයට $(1, 2)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී අඳින ලද ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න. මෙම ස්පර්ශකය, $(1, 2)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී $y^2 = 4x$ වක්‍රයට අඳින ලද ස්පර්ශකයට ලම්බ බව පෙන්වන්න.

$(1, 2)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී C වක්‍රයට අඳින ලද ස්පර්ශකයේ අනුක්‍රමණය

$$= \left.\frac{dy}{dx}\right|_{(1,2)} = \left.(-4 + 6x - 3x^2)\right|_{x=1} = -1 \text{ වේ.}$$

(05) **(05)**

එබැවින්, $(1, 2)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී C වක්‍රයට අඳින ලද ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $\dfrac{y-2}{x-1} = -1$ වේ.

එනම්, $x + y - 3 = 0$ වේ. **(05)** **[15]**

$(1, 2)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී $y^2 = 4x$ වක්‍රයට අඳින ලද ස්පර්ශකයේ අනුක්‍රමණය

$$= \left.\frac{dy}{dx}\right|_{(1,2)} = \left.\frac{2}{y}\right|_{y=2} = 1 \text{ වේ. (05)}$$

එබැවින්, $(1, 2)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී C වක්‍රයට අඳින ලද ස්පර්ශකය $(1, 2)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී $y^2 = 4x$ වක්‍රයට අඳින ලද ස්පර්ශකයට ලම්බ වේ. **(05)** **[10]**

www.alevelapi.com

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

(8.) (2, 0) හා (0, 2) ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යන ඕනෑම වෘත්තයක සමීකරණය $x^2+y^2-4+\lambda(x+y-2)=0$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි λ යනු පරාමිතියකි. මෙම වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හා අරය λ ඇසුරෙන් සොයන්න.

(2, 0) හා (0, 2) ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යන ඕනෑම වෘත්තයක සමීකරණය $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ ලෙස ලිවිය හැකිය.

එවිට, $4+4g+c=0$ හා $4+4f+c=0$ යැයි ලැබේ. **(05)**

ඉහත සමීකරණ දෙකෙන් $f=g$ හා $c=-4(g+1)$ යැයි ලැබේ. **(05)**

එබැවින්, සමීකරණ $x^2+y^2+2gx+2gy-4(g+1)=0$ ලෙස ලිවිය හැකිය.

එනම්, $x^2+y^2-4+\lambda(x+y-2)=0$; මෙහි $\lambda=2g$ වේ. **(05)** **[15]**

$$\left(x+\frac{\lambda}{2}\right)^2+\left(y+\frac{\lambda}{2}\right)^2-4-2\lambda-\frac{1}{2}\lambda^2=0$$

$$i.e., \left(x+\frac{\lambda}{2}\right)^2+\left(y+\frac{\lambda}{2}\right)^2-\frac{(\lambda+2)^2+4}{2}=0$$

වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය $\left(-\frac{\lambda}{2},\ -\frac{\lambda}{2}\right)$ වේ. **(05)** **[05]**

වෘත්තයේ අරය $\sqrt{\frac{(\lambda+2)^2+4}{2}}$ වේ. **(05)** **[05]**

(9.) AB විෂ්කම්භයක් සහිත S වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න; මෙහි $A=(1,3)$ හා $B=(2,4)$ වේ. තවද, S වෘත්තය ප්‍රලම්බ ලෙස කපන $(-1,2)$ කේන්ද්‍රය සහිත වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

S වෘත්තය මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක් (x, y) යැයි ගනිමු.

එවිට, $\left(\frac{y-3}{x-1}\right)\left(\frac{y-4}{x-2}\right)=-1$ යැයි ලැබේ. **(10)**

එනම්, $x^2+y^2-3x-7y+14=0$ වේ. **(05)** **[15]**

වෙනත් ක්‍රමයක්:

S වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය $(-g, -f)$ යැයි ගනිමු.

එවිට, $-g=\frac{3}{2}$ හා $-f=\frac{7}{2}$ යැයි ලැබේ. **(05)**

S වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය $\frac{\sqrt{(2-1)^2+(4-3)^2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ වේ. **(05)**

එබැවින්, S වෘත්තයේ සමීකරණය $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$ වේ.

එනම්, $x^2+y^2-3x-7y+14=0$ වේ. **(05)** **[15]**

$(-1,2)$ කේන්ද්‍රය සහිත වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2+y^2+2x-4y+k=0$ යැයි ගනිමු. **(05)**

මෙම වෘත්තය හා S වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය වන බැවින්

$2\left(-\frac{3}{2}\right)(1)+2\left(-\frac{7}{2}\right)(-2)=k+14 \Rightarrow k=-3$ යැයි ලැබේ.

එබැවින්, වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2+y^2+2x-4y-3=0$ වේ. **(05)** **[10]**

A level අපි උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

(10.) $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ යැයි ගනිමින්, $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2 - \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න. $\tan\left(\frac{23}{12}\pi\right)$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.

$$\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) - \tan\left(\frac{\pi}{4}\right)}{1 + \tan\left(\frac{\pi}{3}\right)\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}} = \frac{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}{3-1} = \underline{\underline{2-\sqrt{3}}}.$$

(05) (05) (05) **15**

$$\tan\left(\frac{23\pi}{12}\right) = \tan\left(2\pi - \frac{\pi}{12}\right) = -\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = -\left(2-\sqrt{3}\right) = \underline{\underline{\sqrt{3}-2}}$$

(05) (05) . **10**

2012 PART B CM

(11) (a) $f(x) \equiv x^2 + 2kx + k + 2 = (x+k)^2 + 2 + k - k^2$, (5)

$= (x-a)^2 + b$; මෙහි $a = -k$ හා $b = 2 + k - k^2$ වේ.

~~(05)~~ (05) (05) **15**

$-\infty$ සිට $-k$ දක්වා x වැඩි වන විට, ∞ සිට $2+k-k^2$ අගය දක්වා $f(x)$ ශ්‍රිතය අඩු වන අතර $-k$ සිට ∞ දක්වා x වැඩි වන විට $2+k-k^2$ සිට ∞ දක්වා $f(x)$ ශ්‍රිතය වැඩි වේ.

(05)

එබැවින්, $x = -k$ හි දී හැරුම් ලක්ෂ්‍යය එකක් පමණක් ඇති අතර එය අවම ලක්ෂ්‍යයකි..

(05) (05) **15**

$f(x)$ හි අවම අගය $2+k-k^2$ වේ. (05) **05**

(i) $2+k-k^2 = (2-k)(1+k)$ ලෙස ලිවිය හැකිය.

(α) $-1 < k < 2$ නම් එවිට, $f(x)$ හි අවම අගය ධන වන අතර $f(x)$ හි ප්‍රස්තාරය x-අක්ෂයට ඉහලින් මුළුමනින්ම පිහිටිය යුතු වේ. (05) (05) **10**

(β) $k = -1$ හෝ $k = 2$ නම් එවිට, $f(x)$ හි අවම අගය ශූන්‍ය වන අතර $f(x)$ හි ප්‍රස්තාරය x-අක්ෂය ස්පර්ශ කල යුතු වේ. (05) (05) **10**

Alevel api www.alevelapi.com

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

(γ) $k < -1$ හෝ $k > 2$ නම් එවිට, $f(x)$ හි අවම අගය සෘණ **(05)** වන අතර $f(x)$ හි ප්‍රස්තාරය x-අක්ෂය ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක දී ඡේදනය කළ යුතු වේ. (05) [redacted]

(ii) $y = mx$ සරල රේඛාව $y = f(x)$ වක්‍රය ඡේදනය කරයි නම් එවිට, ඕනෑම ඡේදන ලක්ෂ්‍යයක x ඛණ්ඩාංකය $x^2 + 2kx + k + 2 = mx$ සමීකරණය තෘප්ත කළ යුතු වේ (05)

එනම්, $x^2 + (2k - m)x + k + 2 = 0$ වේ. **(05)**

එබැවින්, $x^2 + (2k - m)x + k + 2 = 0$ ට ප්‍රභින්න මූල දෙකක් තිබෙයි ම නම් පමණක් $y = mx$ සරල රේඛාව $y = f(x)$ වක්‍රය ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක දී ඡේදනය කෙරෙයි.(05)

එනම්, $(2k - m)^2 - 4(k + 2) > 0$ ම නම් පමණි. **(05)**

$k < -2$ ම නම් පමණක් m හි සියලු තාත්ත්වික හා පරිමිත අගයන් සඳහා $(2k - m)^2 - 4(k + 2) > 0$ වේ. **(05)**

එබැවින්, $k < -2$ ම නම් පමණක් m හි සියලු තාත්ත්වික හා පරිමිත අගයන් සඳහා $y = mx$ සරල රේඛාව $y = f(x)$ වක්‍රය ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක දී ඡේදනය කෙරෙයි. **25**

---

11 (b) $f(-1) = (-1)^4 + 4(-1)^3 + 7(-1)^2 + 6(-1) + 2 = 0$. **(05)**

$f(x)$ යන්න $(x+1)$ න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය 0 වේ.

$\therefore (x+1)$ යනු $f(x)$ හි සාධකයක් වේ. **(05)**

එබැවින්, $f(x) = (x+1)Q(x)$ වේ; **(05)** මෙහි $Q(x)$ යනු $f(x)$ යන්න $(x+1)$ න් බෙදූ විට ලැබෙන ලබ්ධිය වේ.

$Q(x) = x^3 + 3x^2 + 4x + 2$ වේ. **(05)**

$Q(-1) = (-1)^3 + 3(-1)^2 + 4(-1) + 2 = 0$ වේ. **(05)**

$Q(x)$ යන්න $(x+1)$ න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය 0 වේ.

එබැවින්, $Q(x) = (x+1)R(x)$ වේ; **(05)** මෙහි $R(x)$ යනු $Q(x)$ යන්න $(x+1)$ න් බෙදූ විට ලැබෙන ලබ්ධිය වේ.

$\therefore (x+1)$ යනු $Q(x)$ හි සාධකයක් වේ. **(05)**

$\therefore (x+1)^2$ යනු $f(x)$ හි සාධකයක් වේ. **35**

$R(x) = x^2 + 2x + 2$. **(05)**

$f(x) = (x+1)^2(x^2 + 2x + 2)$.

$f(x) = (x-a)^2(x^2 + bx + c)$ වේ; මෙහි $a = -1$, $b = 2$ හා $c = 2$ වේ. **(10)** **15**

---

x හි සියලු තාත්ත්වික අගයන් සඳහා **(05)**

$f(x) = (x+1)^2(x^2 + 2x + 2) = (x+1)^2\{(x+1)^2 + 1\} \geq 0$ වේ.

(05) **10**

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(12) (a) සියලු $x \in \mathbb{R}$. සඳහා $12x^2+1 \equiv A(2x-1)^3 + B(2x+1)^3$ වේ.

$x=\frac{1}{2}$ සඳහා $B=\frac{1}{2}$ වේ. (05)

$x=-\frac{1}{2}$ සඳහා $A=-\frac{1}{2}$ වේ. (05) [10]

$$\frac{12r^2+1}{(2r-1)^3(2r+1)^3} = \frac{-\frac{1}{2}(2r-1)^3+\frac{1}{2}(2r+1)^3}{(2r-1)^3(2r+1)^3} \quad (05)$$

$$= \frac{1}{2(2r-1)^3} - \frac{1}{2(2r+1)^3} = f(r)-f(r+1)\text{ ; මෙහි } f(r)=\frac{1}{2(2r-1)^3}$$

(05) (05) [15]

$u_1 = f(1)-f(2)$ (05)

$u_2 = f(2)-f(3)$ (05)

....

....

....

$u_{n-1} = f(n-1)-f(n)$ (05)

$u_n = f(n)-f(n+1)$ (05)

$$\sum_{r=1}^{n} u_r = f(1)-f(n+1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(2n+1)^3}.$$

(05) (05) [30]

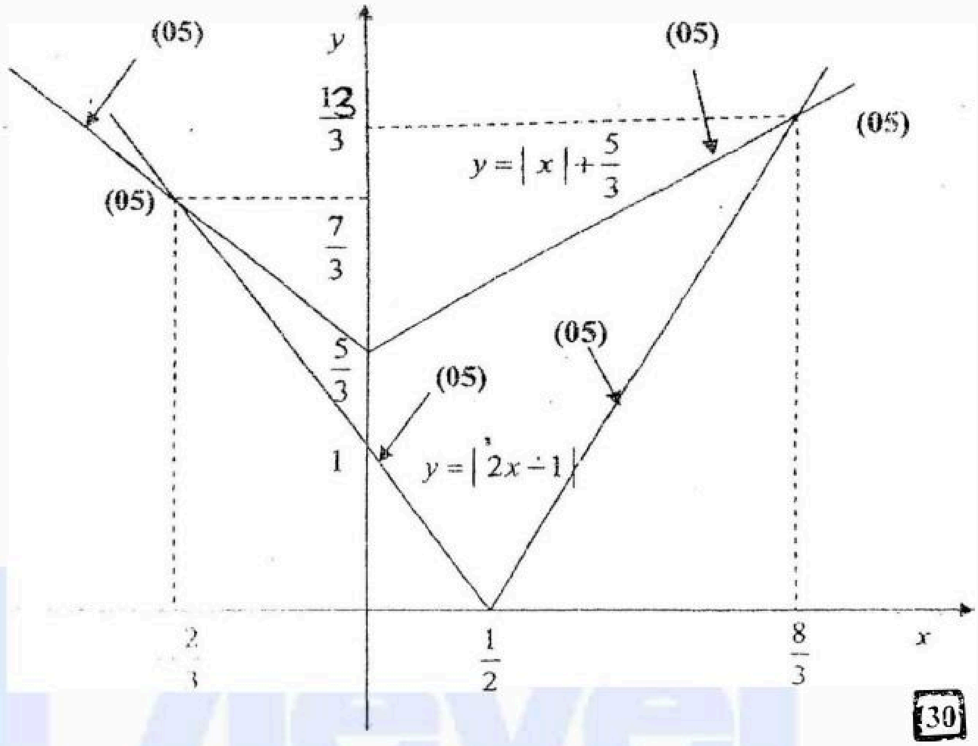
$$\sum_{r=1}^{\infty} u_r = \lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n} u_r = \lim_{n\to\infty}\left\{\frac{1}{2}-\frac{1}{2(2n+1)^3}\right\} = \frac{1}{2}$$ (පරිමිත වේ.). (05)

එබැවින්, $\sum_{r=1}^{\infty} u_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ. (05) [10]

$\sum_{r=1}^{\infty} u_r$ හි අගය $\frac{1}{2}$ වේ. (05) [05]

A/L උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

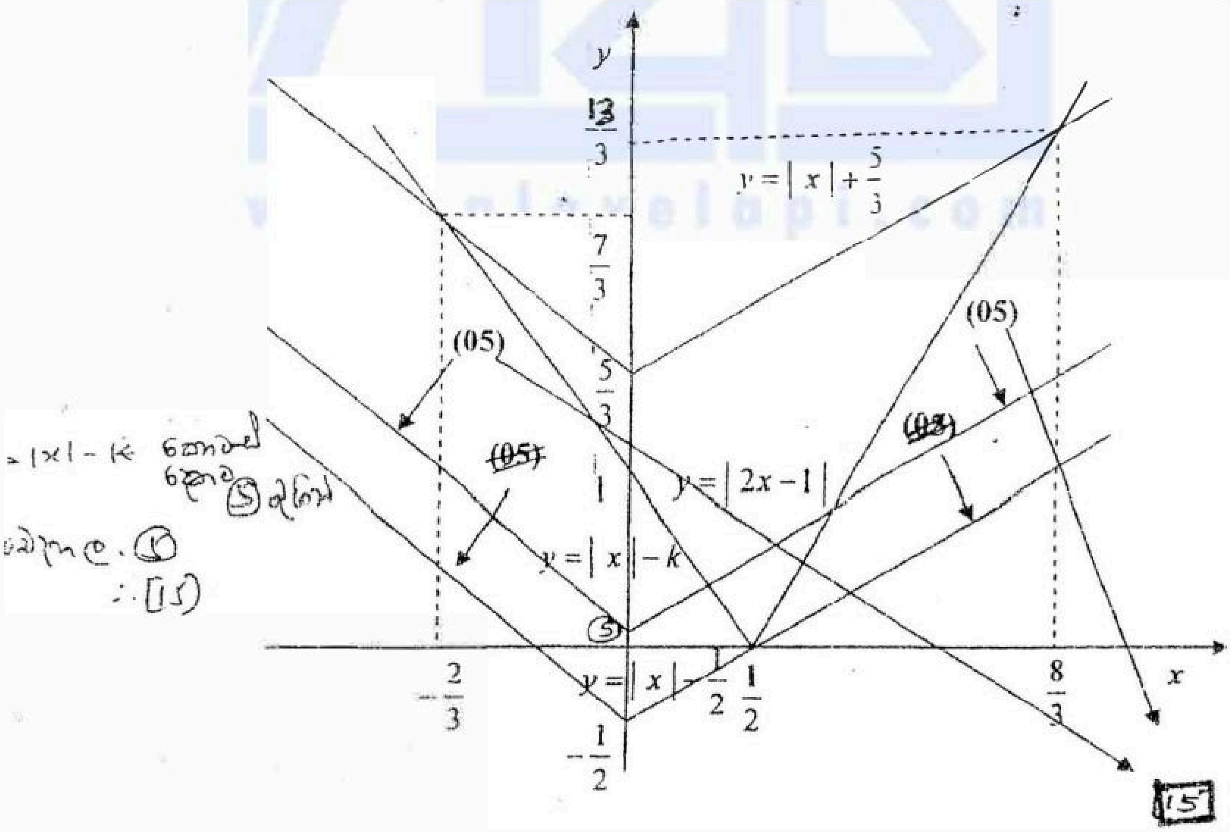
12 (b)



$3|x| \geq |6x-3| - 5 \Rightarrow |x| + \frac{5}{3} \geq |2x-1|$. **(05)**

එබැවින්, $3|x| \geq |6x-3| - 5$ සඳහා වන x හි අගය කුලකය $\left\{x : -\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{8}{3}\right\}$ වේ

(05) 10



උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$y=|x|+k$ හි ප්‍රස්තාරය $\left(\frac{1}{2}, \ 0\right)$ ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන විට

$3|x|=|6x-3|+l \Rightarrow |x|-\frac{l}{3}=|2x-1|$ ට එක තාත්ත්වික මූලයක් පමණක් තිබේ. **(05)**

(5)

මේ සඳහා $k=\frac{1}{2}$ විය යුතුය. **(05)**

$|x|-\frac{l}{3}=|x|-\frac{1}{2} \Rightarrow l=\frac{3}{2}$ **(05)** (5)

[25]

---

13 (a) $A^2-3A+2I=\begin{pmatrix}4 & 3\\ -2 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4 & 3\\ -2 & -1\end{pmatrix}-3\begin{pmatrix}4 & 3\\ -2 & -1\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ **(05)**

$$=\begin{pmatrix}10 & 9\\ -6 & -5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}12 & 9\\ -6 & -3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O$$

(05) **(05)** **(05)**

[20]

$2A^{-1}=3AA^{-1}-AAA^{-1}=3I-A=3\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}4 & 3\\ -2 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & -3\\ 2 & 4\end{pmatrix}$

(05) **(05)**

$A^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1 & -3\\ 2 & 4\end{pmatrix}$

[10]

$BA=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 4 & 6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4 & 3\\ -2 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 4 & 6\end{pmatrix}=B$ **(05)**

[05]

A − I මඟින් ලැබේ.

$BA-B=O \Rightarrow B(A-I)=O \Rightarrow BC=O$ where $C=\begin{pmatrix}4 & 3\\ -2 & -1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 3\\ -2 & -2\end{pmatrix}$

(05) (05) (05) [15]

13 (b) $z=x+iy$ යැයි ගනිමු; මෙහි $x, y \in \mathbb{R}$ වේ.

$z\bar{z}=(x+iy)(x-iy)=x^2+y^2=\left\{\sqrt{x^2+y^2}\right\}^2=|z|^2$. **(05)**

[05]

$|z|=\sqrt{x^2+y^2} \geq \sqrt{x^2}=\sqrt{|x|^2}=|x| \geq x=\text{Re}\, z$.

(05) **(05)**

[10]

A level අපි උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$$|z_1 - z_2|^2 = (z_1 - z_2)\overline{(z_1 - z_2)}$$

$$= (z_1 - z_2)(\overline{z_1} - \overline{z_2})\ \mathbf{(05)}$$

$$= z_1\overline{z_1} + z_2\overline{z_2} - z_2\overline{z_1} - z_1\overline{z_2}$$

$$= z_1\overline{z_1} + z_2\overline{z_2} - 2\,\mathrm{Re}(z_1\overline{z_2})$$

$$= |z_1|^2 + |z_2|^2 - 2\,\mathrm{Re}(z_1\bar{z}_2)\ \mathbf{(05)}$$

$$\geq |z_1|^2 + |z_2|^2 - 2|z_1\bar{z}_2|\ \mathbf{(05)}$$

$$= |z_1|^2 + |z_2|^2 - 2|z_1||\bar{z}_2|$$

$$\geq |z_1|^2 + |z_2|^2 - 2|z_1||z_2|\ \mathbf{(05)}$$

$$= (|z_1| - |z_2|)^2\ \ \mathbf{(05)}$$

$|z_1| - |z_2| \leq |z_1 - z_2|$ **25**

$|z_1| = |(z_1 + z_2) - z_2| \geq |z_1 + z_2| - |z_2|$

(05) **(05)**

i.e., $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ **10**

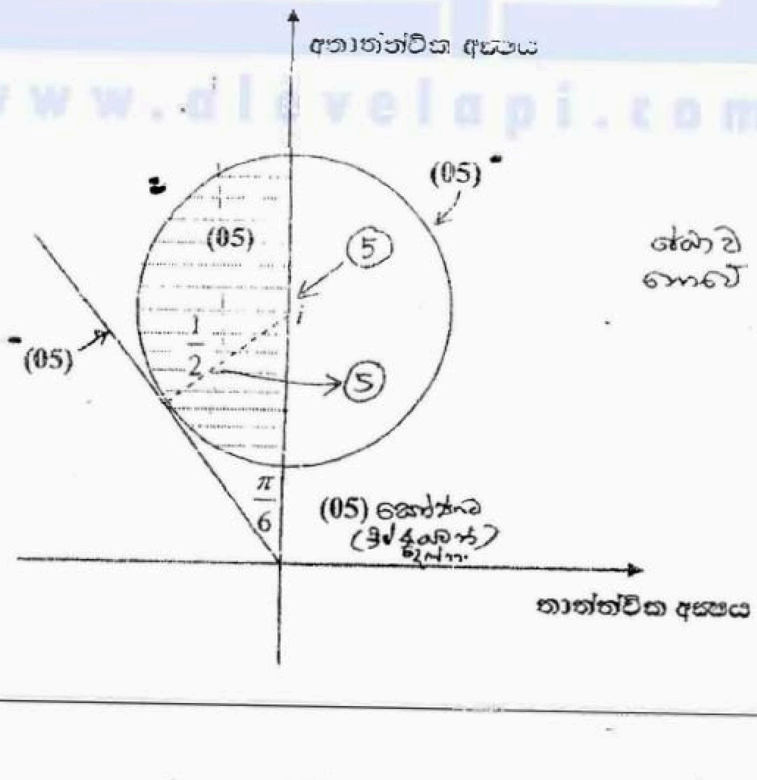
$|z| - |i| \leq |z - i| < \dfrac{1}{2} \Rightarrow |z| - 1 < \dfrac{1}{2} \Rightarrow |z| < \dfrac{3}{2}$

(05) **(05)**

$|i| - |z| \leq |i - z| = |z - i| < \dfrac{1}{2} \Rightarrow 1 - |z| < \dfrac{1}{2} \Rightarrow |z| > \dfrac{1}{2}$.

(05) **(05)**

i.e., $\dfrac{1}{2} < |z| < \dfrac{3}{2}$. **20**



30

www.alevelapi.com

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

(14) (a) $f(x)=\dfrac{x^3}{x^4+27}$ යැයි ගනිමු.

එවිට, $f'(x)=\dfrac{3x^2(x^4+27)-x^3(4x^3)}{(x^4+27)^2}=\dfrac{x^2(81-x^4)}{(x^4+27)^2}=0 \Rightarrow x=-3,0,3$ වේ.

(05) (05) (05)

x හි පරාසය	$(-\infty,-3)$	$(-3,0)$	$(0,3)$	$(3,\infty)$
$f'(x)$	$-$	$+$	$+$	$-$

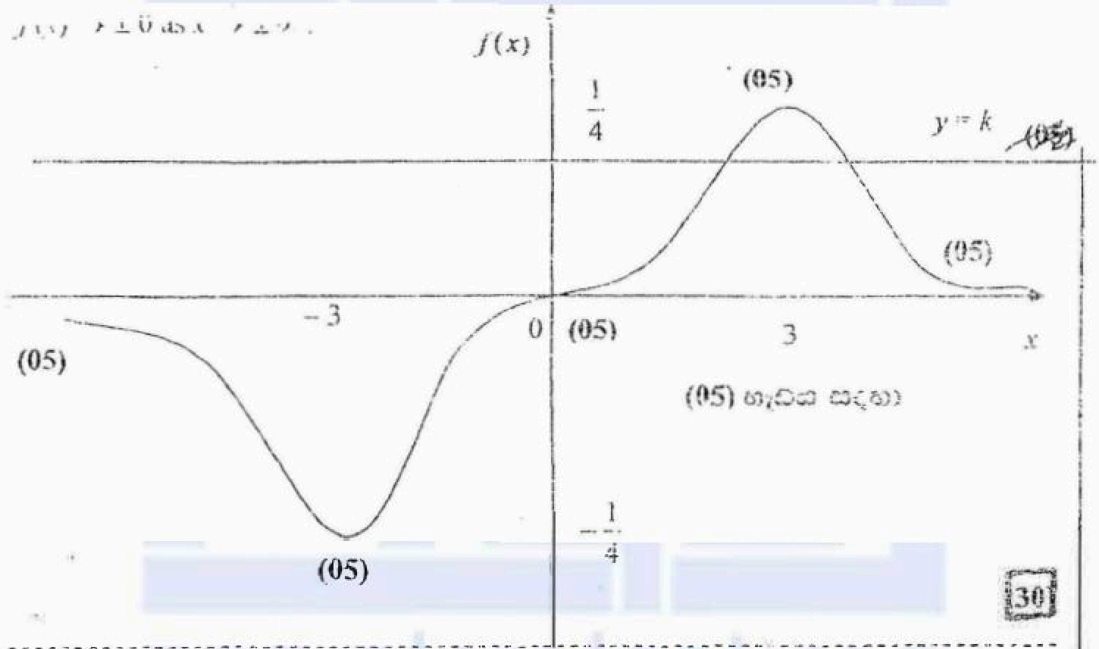
(05) (05)

එබැවින්, $f(x)$ ට $x=-3$ හි දී අවමයක් හා $x=3$ හි දී උපරිමයක් තිබෙයි. (05)

$f(-3)=\dfrac{(-3)^3}{(-3)^4+27}=-\dfrac{1}{4}$ හා $f(3)=\dfrac{(3)^3}{(3)^4+27}=\dfrac{1}{4}$ වේ.

(05) (05)

එබැවින්, $f(x)$ හි අවම හා උපරිම අගයන් පිළිවෙළින් $-\dfrac{1}{4}$ හා $\dfrac{1}{4}$ වේ. **40**



30

$y=k$ හා $y=\dfrac{x^3}{x^4+27}$ යැයි සලකමු.

$y=k$ හා $y=\dfrac{x^3}{x^4+27}$ හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යවල පාටික යනු $kx^4-x^3+27k=0$ සමීකරණයේ විසඳුම් වේ.(05)

එබැවින්,

(i) $k=-\dfrac{1}{4}$ හෝ $\dfrac{1}{4}$ විට, $y=k$ රේඛාව $y=\dfrac{x^3}{x^4+27}$ වක්‍රය ස්පර්ශ කරන අතර ඒ නයින් $kx^4-x^3+27k=0$ ට තාත්ත්වික සමපාත මූල දෙකක් තිබෙයි. (05)

(ii) $k=0$ විට, $y=k$ රේඛාව $y=\dfrac{x^3}{x^4+27}$ වක්‍රය ඔස්සේ යන අතර ඒ නයින් $kx^4-x^3+27k=0$ සමීකරණය $x^3=0$ ට ඌනනය වන අතර එයට තාත්ත්වික සමපාත මූල තුනක් තිබෙයි. (05)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

(iii) $-\frac{1}{4} < k < 0$ හෝ $0 < k < \frac{1}{4}$ විට, $y = k$ රේඛාව $y = \frac{x^3}{x^4 + 27}$ වක්‍රය ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක දී කපන කරන අතර ඒ නයින් $kx^4 - x^3 + 27k = 0$ ට තාත්වික ප්‍රභින්න මූල දෙකක් තිබේ. **(05)**

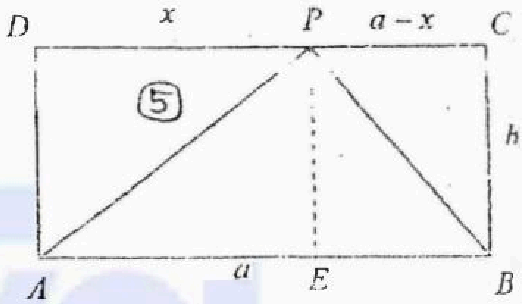
(iv) $k < -\frac{1}{4}$ හෝ $k > \frac{1}{4}$ විට, $y = k$ රේඛාව $y = \frac{x^3}{x^4 + 27}$ වක්‍රය නොකපන කරන අතර ඒ නයින් $kx^4 - x^3 + 27k = 0$ ට තාත්වික මූල නොමැත. **(05)** **[30]**

---

14 (b) $L(x) = AP + PB$

$= \sqrt{AE^2 + EP^2} + \sqrt{BE^2 + EP^2}$

$= \sqrt{x^2 + b^2} + \sqrt{(a - x)^2 + b^2}$ **(05)**



[10]

$$\frac{dL(x)}{dx} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + b^2}} - \frac{a - x}{\sqrt{(a - x)^2 + b^2}} \textbf{ (05)}$$

$$= \frac{x\sqrt{(a - x)^2 + b^2} - (a - x)\sqrt{x^2 + b^2}}{\sqrt{x^2 + b^2}\sqrt{(a - x)^2 + b^2}}$$

$$= 0 \Rightarrow x\sqrt{(a - x)^2 + b^2} - (a - x)\sqrt{x^2 + b^2} = 0$$

$$\Rightarrow x^2\{(a - x)^2 + b^2\} = (a - x)^2\{x^2 + b^2\} \Rightarrow x^2 = (a - x)^2 \Rightarrow x = \frac{a}{2}. \text{ (5)}$$

x හි පරාසය	$0 \le x < \frac{a}{2}$	$x = \frac{a}{2}$	$\frac{a}{2} < x \le a$
$L'(x)$		0	+

(05)

$x = \frac{a}{2}$ විට, $L(x)$ අවම වේ. **(05)**

$$\text{අවම දිග} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b^2} + \sqrt{\left(a - \frac{a}{2}\right)^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + 4b^2}$$

(05) **(05)**

මෙය වන්නේ P ලක්ෂ්‍යය CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වන විටය. **(05)** **[35]**

P ලක්ෂ්‍යය D හෝ C හෝ හි පිහිටන විට $L(x)$ උපරිම වන අතර මෙම අවස්ථාවේ $L(x) = b + \sqrt{a^2 + b^2}$ වේ. **(05)** **[05]**

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

15 (a) $\int_0^{\pi}(\sin^3 x - \cos^3 x)dx = \int_0^{\pi}\{(1-\cos^2 x)\sin x - (1-\sin^2 x)\cos x\}dx$ (05)

$$= \left[-\cos x + \frac{\cos^3 x}{3} - \sin x + \frac{\sin^3 x}{3}\right]_0^{\pi} = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

(05) (05) (05) (05) (05) **30**

වෙනත් ක්‍රමයක්:

(a) $\int_0^{\pi}(\sin^3 x - \cos^3 x)dx = \int_0^{\pi}(\sin x - \cos x)(\sin^2 x + \sin x\cos x + \cos^2 x)dx$

$$= \int_0^{\pi}(\sin x - \cos x)(1 + \sin x\cos x)dx$$

$$= \int_0^{\pi}(\sin x + \sin^2 x\cos x - \cos x - \cos^2 x\sin x)dx \quad (05)$$

$$= \left[-\cos x + \frac{\sin^3 x}{3} - \sin x + \frac{\cos^3 x}{3}\right]_0^{\pi} = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

(05) (05) (05) (05) (05) **30**

(b) $\int x^3 \tan^{-1} x\,dx = \frac{x^4}{4}\tan^{-1} x - \frac{1}{4}\int \frac{x^4}{1+x^2}dx$

(05) (05)

$$= \frac{x^4}{4}\tan^{-1} x - \frac{1}{4}\int \frac{(x^2+1)^2 - (2x^2+1)}{1+x^2}dx$$

(10)

$$= \frac{x^4}{4}\tan^{-1} x - \frac{1}{4}\int (x^2+1)dx + \frac{1}{4}\int \frac{2(x^2+1)-1}{1+x^2}dx$$

(10)

$$= \frac{x^4}{4}\tan^{-1} x - \frac{1}{4}\left(\frac{x^3}{3} + x\right) + \frac{1}{2}\int dx - \frac{1}{4}\int \frac{dx}{1+x^2}$$

(05) (05)

$= \frac{x^4}{4}\tan^{-1} x - \frac{1}{4}\left(\frac{x^3}{3} + x\right) + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\tan^{-1} x + C$; මෙහි C යනු අභිමත නියතයකි.

(10) **50**

$\frac{4}{5}$ $\quad 1 \quad$ $-\frac{4}{5}$ $\quad$ $-\frac{3}{5}$

(c) $\frac{2x^2 - 3}{(x-2)^2(x^2+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$; මෙහි A, B, C හා D යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

(05) (05) (05)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$l_1 = 0$ හා $l_2 = 0$ රේඛා වලට සම දුරින් පිහිටන $P(x, y)$ ලක්ෂ්‍යයක් චලනයවේ නම් එවිට P යනු $l_1 = 0$ හා $l_2 = 0$ රේඛා වල කෝණ සමච්ඡේදක් මත පිහිටි විචල්‍ය ලක්ෂ්‍යයකි.

එබැවින්, කෝණ සමච්ඡේදක වල සමීකරණ

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$ වේ. (05) **25**

$2x - 11y - 10 = 0$ හා $10x + 5y - 2 = 0$ රේඛා වල කෝණ සමච්ඡේදක වල සමීකරණ

$$\frac{2x - 11y - 10}{\sqrt{2^2 + (-11)^2}} = \pm \frac{10x + 5y - 2}{\sqrt{10^2 + 5^2}}$$ වේ. (05)

එනම්, $2x - 11y - 10 = \pm(10x + 5y - 2) \Rightarrow x + 2y + 1 = 0$ හෝ $2x - y - 2 = 0$ වේ.
(05) (05)

θ යනු $2x - 11y - 10 = 0$ හා $x + 2y + 1 = 0$ රේඛා අතර කෝණය යැයි ගනිමු.

එවිට, $\tan\theta = \left| \dfrac{\frac{2}{11} - \left(-\frac{1}{2}\right)}{1 + \left(\frac{2}{11}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)} \right| = \dfrac{3}{4} < 1$ වේ. (05)

එබැවින්, $2x - 11y - 10 = 0$ හා $10x + 5y - 2 = 0$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා දෙක අතර සුළු කෝණයේ සමච්ඡේදකය $x + 2y + 1 = 0$ වේ. (05)

$4x - 7y - 8 = 0$ හා $8x + y - 4 = 0$ රේඛා වල කෝණ සමච්ඡේදක වල සමීකරණ

$$\frac{4x - 7y - 8}{\sqrt{4^2 + (-7)^2}} = \pm \frac{8x + y - 4}{\sqrt{8^2 + 1^2}}$$ වේ. (05)

එනම්, $4x - 7y - 8 = \pm(8x + y - 4) \Rightarrow x + 2y + 1 = 0$ හෝ $2x - y - 2 = 0$ වේ.
(05) (05)

ϕ යනු $4x - 7y - 8 = 0$ හා $x + 2y + 1 = 0$ රේඛා අතර කෝණය යැයි ගනිමු.

එවිට, $\tan\phi = \left| \dfrac{\frac{4}{7} - \left(-\frac{1}{2}\right)}{1 + \left(\frac{4}{7}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)} \right| = \dfrac{3}{2} > 1$ වේ. (05)

එබැවින්, $4x - 7y - 8 = 0$ හා $8x + y - 4 = 0$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා දෙක අතර මහා කෝණයේ සමච්ඡේදකය $x + 2y + 1 = 0$ වේ. (05) **50**

---

16 (b) $P_0(x_0, y_0)$ යනු $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy - r^2 = 0$ හා $x^2 + y^2 - r^2 = 0$ වෘත්ත දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු.

එවිට, $x_0^2 + y_0^2 + 2gx_0 + 2fy_0 - r^2 = 0 \rightarrow (1)$ හා $x_0^2 + y_0^2 - r^2 = 0 \rightarrow (2)$ යැයි ලැබේ.

$(1) - (2) \Rightarrow 2gx_0 + 2fy_0 = 0 \Rightarrow gx_0 + fy_0 = 0$ වේ. (05)

එබැවින්, ඡේදන ලක්ෂ්‍ය $gx + fy = 0$. රේඛාව මත පිහිටයි. (05)

මෙම රේඛාව මූල ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන බැවින් හා $x^2 + y^2 - r^2 = 0$ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය මූල ලක්ෂ්‍යය බැවින් g හා f හි සියලු අගයන් සඳහා $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy - r^2 = 0$ වෘත්තය $x^2 + y^2 - r^2 = 0$. වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේදනය කරනු ලැබෙයි. (05) **15**

Alevel Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

g හා f හි සියලු අගයන් සඳහා $x^2+y^2+2gx+2fy-4=0$ වෘත්තය $x^2+y^2-4=0$ වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේදනය කරනු ලැබෙයි (05)

$x^2+y^2+2gx+2fy-4=0$ වෘත්තයේ අරය $\sqrt{g^2+f^2+4}$ වේ. (05)

$(-g,-f)$ කේන්ද්‍රයේ සිට $y+5=0$ රේඛාවට දුර $|-f+5|$ වේ. (05)

$x^2+y^2+2gx+2fy-4=0$ වෘත්තය $y+5=0$ රේඛාව ස්පර්ශ කරන බැවින්

$\sqrt{g^2+f^2+4}=|-f+5| \Rightarrow g^2+f^2+4=f^2-10f+25 \Rightarrow g^2+10f-21=0 \rightarrow (1)$

(05)

$x^2+y^2+2gx+2fy-4=0$ වෘත්තය $(1,1)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි නම්

$1+1+2g+2f-4=0 \Rightarrow g+f=1$ යැයි ලැබෙයි.

(05)

$g+f=1$ යැයි (1) හි ආදේශයෙන්

$g^2-10g-11=0 \Rightarrow (g-11)(g+1)=0 \Rightarrow g=11$ හෝ -1 වේ.

(05) (05)

$g=11$ විට $f=-10$ වේ. (05)

$g=-1$ විට $f=2$ වේ. (05)

g හා f සඳහා අගය කුලක දෙකක් ඇති බැවින් වෘත්ත දෙකක් පවතී. (05) **[50]**

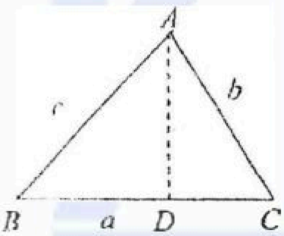
වෘත්ත දෙකෙහි සමීකරණ

$x^2+y^2+22x-20y-4=0$ හා $x^2+y^2-2x+4y-4=0$ වේ.

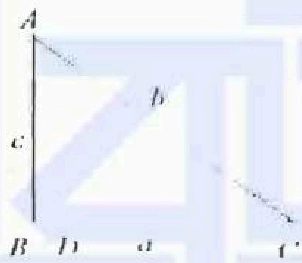
(05) (05) **[10]**

---

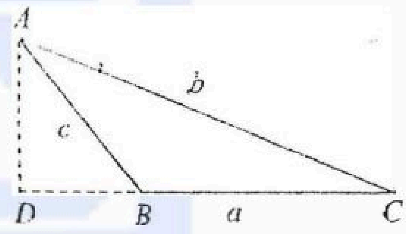
(17) (a)



(i) ABC සුළු කෝණී ත්‍රිකෝණයකි



(ii) ABC සෘජු කෝණී ත්‍රිකෝණයකි



(iii) ABC මහා කෝණී ත්‍රිකෝණයකි

$AD=AB\sin B=AC\sin C$, $AD=AB\sin B=AC\sin C$, $AD=AB\sin(\pi-B)=AC\sin C$

$\therefore \frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$, (05) $\qquad \therefore \frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$, (05) $\qquad \therefore \frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$ (05)

මෙලෙසම $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$ බව පෙන්විය හැකිය. (05)

$\therefore \frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$ **[20]**

$\frac{a}{\sin A}=\frac{b-c}{\sin B-\sin C}$. (05)

$$\frac{a}{2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}}=\frac{b-c}{2\cos\left(\frac{B+C}{2}\right)\sin\left(\frac{B-C}{2}\right)}=\frac{b-c}{2\sin\left(\frac{A}{2}\right)\sin\left(\frac{B-C}{2}\right)}$$

(05) (05) (05)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$a=(b-c)\cos\frac{A}{2}\operatorname{cosec}\frac{B-C}{2}$. **(05)** [25]

---

17 (*b*) $k=\tan\theta-2\tan\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)$ යැයි ගනිමු

$$=\tan\theta-2\frac{\tan\theta-1}{1+\tan\theta}=\frac{\tan^2\theta-\tan\theta+2}{1+\tan\theta}$$

(05)

එනම්, $\tan^2\theta-(k+1)\tan\theta+2-k=0$ වේ. **(05)**

$(k+1)^2-4(2-k)\geq 0$ ම නම් පමණක් මෙම සමීකරණයට තාත්වික විසඳුම් තිබෙයි. (05)

එනම්, $k^2-6k-7\geq 0$ ම නම් පමණක් **(05)**

එනම්, $(k+7)(k-1)\geq 0$ ම නම් පමණක් **(05)**

එනම්, $k\leq -7$ හෝ $k\geq 1$ ම නම් පමණක් **(05)**

එබැවින්, θ හි ඕනෑම තාත්වික අගයක් සඳහා $\tan\theta-2\tan\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)$ ප්‍රකාශනයට -7 හා 1 අතර කිසිම අගයක් ගත නොහැකිය. [30]

---

17 (*c*) $5\cos^2\theta+18\cos\theta\sin\theta+29\sin^2\theta$

$=\frac{5}{2}(1+\cos2\theta)+9\sin2\theta+\frac{29}{2}(1-\cos2\theta)$ **(05)**

$=17-12\cos2\theta+9\sin2\theta$

$=17-15\left(\frac{4}{5}\cos2\theta-\frac{3}{5}\sin2\theta\right)$ **(05)**

$=17-15(\cos\alpha\cos2\theta-\sin\alpha\sin2\theta)$; මෙහි $\cos\alpha=\frac{4}{5}$ හා $\sin\alpha=\frac{3}{5}$ වේ.

(05) **(05)**

$=17-15\cos(2\theta+\alpha)$; මෙහි $\cos\alpha=\frac{4}{5}$ හා $\sin\alpha=\frac{3}{5}$ වේ.

(05)

$=a+b\cos(2\theta+\alpha)$; මෙහි $a=17$, $b=-15$ වන අතර $\cos\alpha=\frac{4}{5}$ හා $\sin\alpha=\frac{3}{5}$ වන පරිදි α වේ. [25]

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$8(\cos x+\sin x)^2+2(\cos x+5\sin x)^2=19$

$8(\cos^2 x+2\cos x\sin x+\sin^2 x)+2(\cos^2 x+10\cos x\sin x+25\sin^2 x)=19$

(05) **(05)**

$10\cos^2 x+36\cos x\sin x+58\sin^2 x=19$ **(05)**

$5\cos^2 x+18\cos x\sin x+29\sin^2 x=\frac{19}{2}$ **(05)**

$17-15\cos(2x+\alpha)=\frac{19}{2}$; මෙහි $\cos\alpha=\frac{4}{5}$ හා $\sin\alpha=\frac{3}{5}$ වන පරිදි α වේ.

(05) **(05)**

$15\cos(2x+\alpha)=17-\frac{19}{2}=\frac{15}{2}$ **(05)**

$\cos(2x+\alpha)=\frac{1}{2}=\cos\frac{\pi}{3}$

$2x+\alpha=2n\pi\pm\frac{\pi}{3}$; මෙහි n යනු නිඛිලයක් වේ.

(05) **(05)**

$x=n\pi-\frac{\alpha}{2}\pm\frac{\pi}{6}$; මෙහි n යනු නිඛිලයක් වන අතර $\cos\alpha=\frac{4}{5}$ හා $\sin\alpha=\frac{3}{5}$ වන පරිදි α වේ. **(05)**

50

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .