WWW.ALEVELAPI.COM

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

ජාතික ඇගයීම් හා පරීක්ෂණ සේවාව

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2013

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

www.alevelapi.com

10-සංයුක්ත ගණිතය I

මෙය උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා සකස් කෙරිනි.
මෙය පන්ති කාමර ඉගෙනුම් ක්‍රියාවලිය සඳහා ආධාරකයක් ලෙස යොදා ගත හැකිය යනු අපගේ විශ්වාසයයි.

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

A කොටස

(1.) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n}(2r+1) = n(n+2)$ බව සාධනය කරන්න.

$n=1$ විට, වි. පැ. $= \sum_{r=1}^{1}(2r+1) = 3$ හා

ද. පැ. $= 1(1+2) = 3$.

$\therefore n=1$ විට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. (5)

ඕනෑම k ධන නිඛිලයක් ගෙන, $n=k$ සඳහා දී ඇති ප්‍රතිඵලය සත්‍ය යයි උපකල්පනය කරමු.

එනම් $\sum_{r=1}^{k}(2r+1) = k(k+2)$. (5)

දැන් $\sum_{r=1}^{k+1}(2r+1) = \sum_{r=1}^{k}(2r+1) + [2(k+1)+1] = k(k+2) + 2k + 3$

(5)

$= k^2 + 4k + 3 = (k+1)(k+3)$ (5)

$\therefore$ දී ඇති ප්‍රතිඵලය $n=k$ ට සත්‍ය නම්, එය $n=k+1$ ට ද සත්‍ය වේ. $n=1$ සඳහා දී ඇති ප්‍රතිඵලය සත්‍ය බව ඉහත පෙන්වා ඇත. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මයෙන් අනුව සියළු ධන නිඛිලමය n සඳහාම ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. (5)

25

(2.) $\frac{2x+1}{3x-1} \geq 1$ අසමානතාවය සපුරාලන x හි සියලු තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.

$\frac{2x+1}{3x-1} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{2x+1}{3x-1} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x+1-(3x-1)}{3x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2-x}{3x-1} \geq 0$ (5)

$\downarrow$(5) $\downarrow$(5) $\downarrow$(5)

	$x < \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} < x < 2$	$2 < x$
$2-x$	(+)	(+)	(-)
$3x-1$	(-)	(+)	(+)
$\frac{2-x}{3x-1}$	(-)	(+)	(-)

(15)

විසඳුම් කුලකය $= \{x \in \Re : \frac{1}{3} < x \leq 2\}$ (5)

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(3.) සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා අපරිමිත ශ්‍රේණියක පළමු පද n හි එකතුව $6-\dfrac{2^{n+1}}{3^{n-1}}$ මගින් දෙනු ලැබේ. මෙම ශ්‍රේණියෙහි n වෙනි පදය සොයා, ශ්‍රේණිය, අභිසාරී ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් බව පෙන්වන්න.

$n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා ශ්‍රේණියේ n වෙනි පදය a_n සහ $s_n = 6-\dfrac{2^{n+1}}{3^{n-1}}$ ලෙස ගනිමු.

එවිට $a_n = s_n - s_{n-1}$ (5)

$$=\left(6-\frac{2^{n+1}}{3^{n-1}}\right)-\left(6-\frac{2^{n}}{3^{n-2}}\right) \quad (5)$$

$$=\frac{2^n}{3^{n-2}}\left\{-\frac{2}{3}+1\right\}$$

$$=\frac{2^n}{3^{n-1}}=2\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \quad (5)$$

අනුපාතය

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ යනු පළමු පදය 2 සහ පොදු අන්තරය $\frac{2}{3}$ වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියකි. (5)

$\left|\frac{2}{3}\right| < 1$ බැවින් ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ. (5) $\frac{2}{3} < 1$ $\left(0 < \frac{2}{3} < 1\right)$

25

(4.) $a \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $\left(x+\dfrac{a}{x^3}\right)^{20}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයෙහි x වලින් ස්වායත්ත පදය $\dfrac{969}{2}$ වේ. a හි අගය සොයන්න.

ද්විපද ප්‍රමේයයට අනුව ,

$$\left(x+\frac{a}{x^3}\right)^{20} = \sum_{r=0}^{20} {}^{20}C_r x^{20-r}\left(\frac{a}{x^3}\right)^r \text{ මෙහි } {}^{20}C_r = \frac{20!}{r!(20-r)!} \text{ for } r = 0,1,\dots,20 \quad (5)$$

T_r

$$=\sum_{r=0}^{20} {}^{20}C_r a^r x^{20-4r}$$

x වලින් ස්වායත්ත පදය සඳහා $20-4r=0$.

$\therefore r = 5$. (5)

x වලින් ස්වායත්ත පදය $\dfrac{969}{2}$ නිසා, ${}^{20}C_5 a^5 = \dfrac{969}{2}$. (5)

$\Leftrightarrow \dfrac{20!}{15!5!}a^5 = \dfrac{969}{2} \quad \Leftrightarrow a^5 = \dfrac{1}{32} \quad \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{2}$

(5) (5)

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

5. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\cos x}{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}} = \dfrac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$$\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}} \times \frac{\left(\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}\right)}{\left(\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}\right)} \quad 5$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}{2x^2} \cdot \left(\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}\right) \quad 5$$

හරය ගුණ කිරීම හා $1-\cos x$ සුළු කිරීමට

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}{4\left(\frac{x}{2}\right)^2} \cdot \left(\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}\right) \quad 5$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{1}{4}\left(\frac{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{\left(\frac{x}{2}\right)}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}\right)$$

එක් පියවරක හෝ සීමාව නැතිනම් -5

$$= \frac{1}{4} \times 1 \times (2) = \frac{1}{2} \quad 5$$

25

5

6. $\dfrac{d}{dx}\left\{x\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\right\} = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\int \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right) dx$ සොයන්න

[illegible]

5

5 [illegible]

$$\frac{d}{dx}\left\{x\ln(x+\sqrt{x^2+1})\right\} = \frac{x}{(x+\sqrt{x^2+1})}\left(1+\frac{1}{2}\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}\right) + \ln(x+\sqrt{x^2+1})$$

$$= \frac{x}{(x+\sqrt{x^2+1})} \cdot \frac{(\sqrt{x^2+1}+x)}{\sqrt{x^2+1}} + \ln(x+\sqrt{x^2+1}) \quad 5$$

$$= \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \ln(x+\sqrt{x^2+1})$$

4

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$\frac{d}{dx}\sqrt{x^2+1} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ බැවින්,

$\frac{d}{dx}\left\{x\ln(x+\sqrt{x^2+1}) - \sqrt{x^2+1}\right\} = \ln(x+\sqrt{x^2+1})$ 5

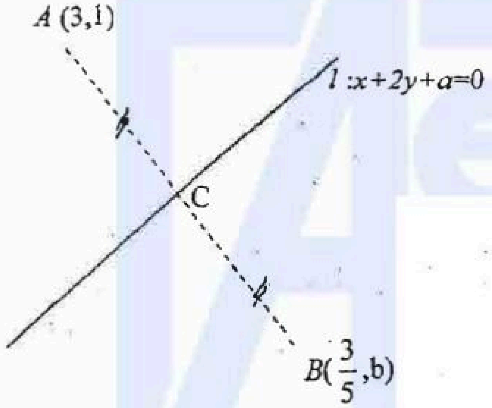
$\therefore \int \ln(x+\sqrt{x^2+1})dx = x\ln(x+\sqrt{x^2+1}) - \sqrt{x^2+1} + C$ මෙහි C යනු අභිමත නියතයකි

5

C [illegible] (5) [illegible]

25

7. (3,1) ලක්ෂ්‍යයෙහි $x+2y+a=0$ සරල රේඛාව මත ප්‍රතිබිම්බය $\left(\frac{3}{5}, b\right)$ ලක්ෂ්‍යය වේ; මෙහි a හා b නි.
a හා b හි අගයන් සොයන්න.



AB රේඛාවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය C නම්,

$$C \equiv \left(\frac{3+\frac{3}{5}}{2}, \frac{1+b}{2}\right)$$ 5

C ලක්ෂ්‍යය l රේඛාව මත පිහිටන බැවින් $\frac{9}{5} + (1+b) + a = 0$ 5 10

$\therefore a + b = -\frac{14}{5}$ ....(1)

$AB \perp l$ බැවින්, $\left(\frac{b-1}{\frac{3}{5}-3}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$ 5

සමමිතික ආකාරයට 5
t වල අගයට 10
a, b ට 10

$\therefore b - 1 = -\frac{24}{5}$

$b = -\frac{19}{5}$ 5

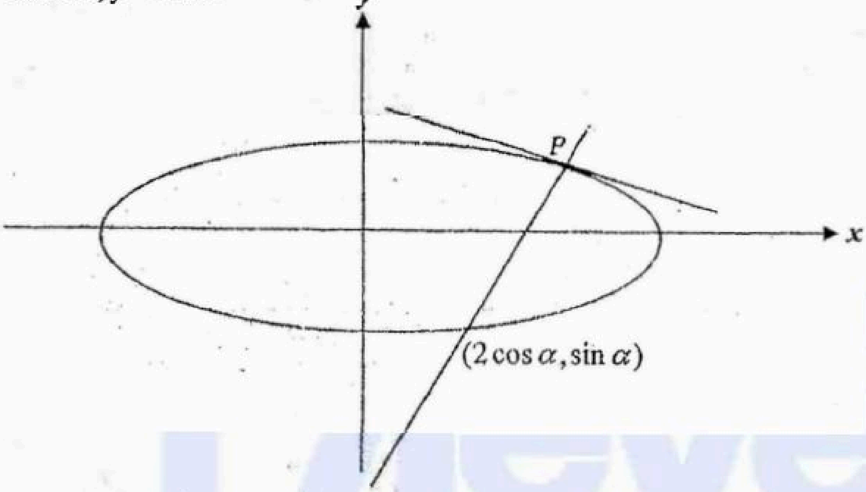
$(1) \Rightarrow a = 1$ 5

25

Alevel අපි උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

(8.) $x = 2\cos\theta,\ y = \sin\theta$, මගින් දෙනු ලබන වක්‍රය C යැයි ගනිමු; මෙහි θ යනු පරාමිතියකි. C වක්‍රයට $\theta = \frac{\pi}{4}$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වූ අභිලම්බයට, C වක්‍රය නැවත $\theta = \alpha$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයෙහි දී හමුවේ. $2\sin\alpha - 8\cos\alpha + 3\sqrt{2} = 0$ බව පෙන්වන්න.

$x = 2\cos\theta, y = \sin\theta$



$\theta = \frac{\pi}{4}$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යය P නම්,

$P \equiv \left(\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$\frac{dx}{d\theta} = -2\sin\theta, \frac{dy}{d\theta} = \cos\theta \Rightarrow \frac{dy}{d} = \frac{-\cos\theta}{2\sin\theta}$ 5

5 for both

P ලක්ෂ්‍යයේදී වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ අනුක්‍රමණය $= -\frac{1}{2}\cot\frac{\pi}{4} = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ P ලක්ෂ්‍යයේදී වක්‍රයට ඇඳි අභිලම්බයේ අනුක්‍රමණය $= 2$. 5

P ලක්ෂ්‍යයේදී වක්‍රයට ඇඳි අභිලම්බයේ සමීකරණය $= y - \frac{1}{\sqrt{2}} = 2(x - \sqrt{2})$ 5

$(2\cos\alpha, \sin\alpha)$ ලක්ෂ්‍යය මෙම රේඛාව මත පිහිටන බැවින්,

$\sin\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} = 2(2\cos\alpha - \sqrt{2})$

$2\sin\alpha - 8\cos\alpha + 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$

$2\sin\alpha - 8\cos\alpha + 3\sqrt{2} = 0$ 5

(6)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

9. අරය 1 ක් වූ ද, කේන්ද්‍රය $x+y=0$ සරල රේඛාව මත වූ ද, C වෘත්තයක්, $x^2+y^2+4y+3=0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරයි. C හි කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

අවශ්‍ය කරන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය $x+y=0$ රේඛාව මත පිහිටන බැවින් එය t පරාමිතියක් ඇසුරින් $(t, -t)$ ලෙස ලිවිය හැක. මෙහි $t \in \mathbb{R}$. 5   5

කේන්ද්‍රය $(t, -t)$ සහ අරය 1 වන වෘත්තයේ සමීකරණය,

$$(x-t)^2+(y+t)^2=1 \quad 5$$

Or $x^2+y^2-2tx+2ty+2t^2-1=0$ 5

මෙය $x^2+y^2+4y+3=0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරන බැවින්,

$$2(t)(2)=(2t^2-1)+3 \quad 5$$

i.e. $2t^2-4t+2=0$; $(t-1)^2=0$.

$\therefore t=1$ කේන්ද්‍රය $=(1, -1)$ 5   කේන්ද්‍රය $(1,-1)$

කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක
($f=-g$ නිසා)
කේ. $(-g,-f)$ නම් $x+y=0$ මත නිසා
$-g-f=0$ 5
$g^2+f^2-c=1$ 5
කේන්ද්‍රය $(1,-1)$ 10 5
ලම්බ ඡේදනය වීමට 5 10
$(-g,-f)$ – 5
අරයට – 5
ලම්බ ඡේදනයට 10
කේන්ද්‍රයට 5

25

10. $\sin\theta=-\frac{1}{3}$ හා $\pi<\theta<\frac{3\pi}{2}$ නම්, $\sin 2\theta=\frac{4\sqrt{2}}{9}$ හා $\tan 2\theta=\frac{4\sqrt{2}}{7}$ බව පෙන්වන්න.

$\sin\theta=-\frac{1}{3}$ සහ $\pi<\theta<\frac{3\pi}{2}$ යයි ගනිමු.

$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$ බැවින්, $\cos^2\theta=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$ සහ $\cos\theta=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$. 5

$\pi<\theta<\frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos\theta<0$ බැවින්, $\cos\theta=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 5.

දැන් $\sin 2\theta=2\cos\theta\sin\theta=2\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{4\sqrt{2}}{9}$. 5

තවද, $\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta=1-\frac{2}{9}=\frac{7}{9}$. 5

$$\tan 2\theta=\frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta}=\left(\frac{4\sqrt{2}}{9}\right)\left(\frac{9}{7}\right)=\frac{4\sqrt{2}}{7}. \quad 5$$

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

11. (a) $f(x) = ax^3 + bx^2 - 11x + 6$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$(x-1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ නම් හා $f(x)$ යන්න $(x-4)$ න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය -6 නම්, a හා b වල අගයන් සොයන්න. $f(x)$ හි අනෙක් ඒකජ සාධක දෙකත් සොයන්න.

(b) α හා β යනු $x^2 + bx + c = 0$ සමීකරණයේ මූල යැයි ද, γ හා δ යනු $x^2 + mx + n = 0$ සමීකරණයේ මූල යැයි ද ගනිමු; මෙහි $b, c, m, n \in \mathbb{R}$ වේ.

(i) b හා c ඇසුරෙන් $(\alpha - \beta)^2$ සොයා, **එනයින්**, m හා n ඇසුරෙන් $(\gamma - \delta)^2$ ලියා දක්වන්න.

$\alpha + \gamma = \beta + \delta$ නම් $b^2 - 4c = m^2 - 4n$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(ii) $(\alpha - \gamma)(\alpha - \delta)(\beta - \gamma)(\beta - \delta) = (c-n)^2 + (b-m)(bn - cm)$ බව පෙන්වන්න.

$x^2 + bx + c = 0$ හා $x^2 + mx + n = 0$ සමීකරණවලට පොදු මූලයක් ඇත්තේ $(c-n)^2 = (m-b)(bn-cm)$ ම නම් පමණක් බව **අපෝහනය** කරන්න.

$x^2 + 10x + k = 0$ හා $x^2 + kx + 10 = 0$ සමීකරණවලට පොදු මූලයක් ඇත; මෙහි k යනු තාත්වික නියතයකි. k හි අගයන් සොයන්න.

(a)

10 සාධක ප්‍රමේයය භාවිතය

$x-1$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බැවින් $f(1) = a + b - 11 + 6 = 0$, $\quad \therefore a + b = 5 \text{ --- } (1)$

ශේෂ ප්‍රමේයය භාවිතය

$f(x)$ යන්න $(x-4)$ න්, බෙදූවිට ශේෂය -6 බැවින් $f(4) = 64a + 16b - 44 + 6 = -6$ 10

$\Rightarrow 4a + b = 2 \text{ --- } (2)$

(1) හා (2) න් $a = -1$, $b = 6$ 5 to both a & b

25

---

10 5

දැන්,

$f(x) = -x^3 + 6x^2 - 11x + 6 = (x-1)(-x^2 + 5x - 6) = -(x-1)(x^2 - 5x + 6) = -(x-1)(x-2)(x-3)$

මේ අනුව අනෙක් ඒකජ සාධක වන්නේ $(x-2)$ හා $(x-3)$ වේ. 5

20

(b) (i)

5 5

α හා β යනු $x^2 + bx + c = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල බැවින් $\alpha + \beta = -b$ හා $\alpha\beta = c$ වේ.

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = b^2 - 4c$

5 5

20

සැසඳීමෙන්, $(\gamma - \delta)^2 = m^2 - 4n$ 5

05

$\alpha + \gamma = \beta + \delta$ බැවින්, $\alpha - \beta = -(\gamma - \delta) \Rightarrow (\alpha - \beta)^2 = (\gamma - \delta)^2 \Rightarrow b^2 - 4c = m^2 - 4n$

5 5 5

15

A level Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

11 (b)

(ii)

$(\alpha-\gamma)(\alpha-\delta)(\beta-\gamma)(\beta-\delta)=[\alpha^2-\alpha(\gamma+\delta)+\gamma\delta][\beta^2-\beta(\gamma+\delta)+\gamma\delta]$ 5

$=[\alpha^2+m\alpha+n][\beta^2+m\beta+n]$ 5

$=\alpha^2\beta^2+\alpha\beta(\alpha+\beta)m+n(\alpha^2+\beta^2)+\alpha\beta m^2+mn(\alpha+\beta)+n^2$

$=c^2-bcm+n(b^2-2c)+cm^2-mnb+n^2$ 5

$=(c^2-2cn+n^2)+(b^2n-bcm-mnb+cm^2)$

$=(c-n)^2+(b-m)(bn-cm)$ 5

$x^2+bx+c=0$ හා $x^2+mx+n=0$ යන වර්ගජ සමීකරණ වලට පොදු මූලයක් පවතින්නේ

$\alpha=\gamma$ හෝ δ, $\beta=\gamma$ හෝ δ ම නම් පමනි. 5

$(\alpha-\gamma)(\alpha-\delta)(\beta-\gamma)(\beta-\delta)=0$

10 → $\Leftrightarrow$ $\cancel{(\alpha-\gamma)(\alpha-\beta)(\beta-\delta)}=0$ 5

$\Leftrightarrow$ $(c-n)^2+(b-m)(bn-cm)=0$ 5

$\Leftrightarrow$ $(c-n)^2=(m-b)(bn-cm)$ 5

$x^2+10x+k=0$ හා $x^2+kx+10=0$ යන සමීකරණ වලට පොදු මූලයක් පවතින්නේ නම් පමණක් $(c-n)^2=(m-b)(bn-cm)$ 5

$m=k$

මෙහි $b=10$, $c=k$, සහ $n=10$ වේ. 5

$(k-10)^2=(k-10)(100-k^2)$

$\Leftrightarrow$ $(k-10)[k-10-100+k^2]=0$

$\Leftrightarrow$ $(k-10)[k^2+k-110]=0$

$\Leftrightarrow$ $(k-10)(k-10)(k+11)=0$ 5

එමගින් $k=10$ හෝ $k=-11$ 5

---

12 (a)

S	A	C
3	5	7

(i) $^{15}C_6=\dfrac{15\times14\times13\times12\times11\times10}{6\times5\times4\times3\times2\times1}=91\times55=5005$

5 5 5

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

(12) (a)

(ii)

විශේෂ සිසුන් දෙදෙනාම අන්තර්ගත වන පරිදි තෝරා ගත හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $\Big\}$ $= {}^{13}C_4 = 715$ (10) (5)

Alt
$= {}^{13}C_6$ (10)
$= 1716$ (10)
$2 \times {}^{13}C_5 = 1287 \times 2$
$= 2474$
(5)

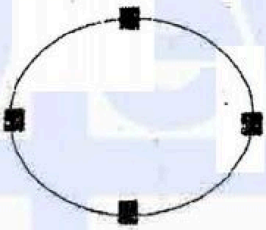
විශේෂිත සිසුන් දෙදෙනාම එකවර අන්තර්ගත නොවන පරිදි තෝරා ගත හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $\Big\}$ $= {}^{15}C_6 - {}^{13}C_4 = 5005 - 715 = 4290$ (5) (5)

25

(iii)

එක් එක් විෂය ධාරාවෙන් සිසුන් දෙදෙනකු බැගින් තෝරා ගත හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $\Big\}$ $= {}^3C_2 \times {}^5C_2 \times {}^7C_2 = 3 \times 10 \times 21 = 630$ (10) (5)

15



කලා සිසුන් දෙදෙනකු හා වාණිජ සිසුන් දෙදෙනකු (එනම් විද්‍යා නොවන සිසුන් හතර දෙනා) වෘත්තාකාර මේසයක් වටා වාඩි කරවිය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $\Big\}$ $= 3!$ (5)

ඉහත සිසුන් හතර දෙනා අතර විද්‍යා සිසුන් දෙදෙනාට මේසය වටා වාඩි විය හැකි ස්ථාන හතරක් ඇත. එම සිසුන්ට දෙදෙනාට වාඩි විය හැකි වෙනස් ආකාර ගණන $\Big\}$ $= {}^4C_2 \times 2$ (5) ${}^4P_2$

$\therefore$ අවශ්‍ය එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $= 3! \times {}^4C_2 \times 2 = 72$ (5) (5)

20

වෙනත් ක්‍රමයක්

සිසුන් 6 දෙනාටම වෘත්තාකාර මේසය වටා වාඩි විය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $= 5!$ (5)

විද්‍යා සිසුන් දෙදෙනා එකළඟ සිටින පරිදි සිසුන් 6 දෙනාට මේසය වටා වාඩි විය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $= 4! \times 2$ (5)

(5)

$\therefore$ අවශ්‍ය එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $= 5! - 4! \times 2 = 120 - 48 = 72$ (5)

20

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

$u_r = \frac{(3r+2)^2 - (3r-1)^2}{(3r-1)^2(3r+2)^2}$ (10)

12

$= \frac{1}{(3r-1)^2} - \frac{1}{(3r+2)^2}$ (5)

(b).

A - (5) B - (5)

$$\frac{3(6r+1)}{(3r-1)^2(3r+2)^2} = \frac{A}{(3r-1)^2} + \frac{B}{(3r+2)^2}; \qquad r \in Z^+$$

$$\Leftrightarrow 3(6r+1) = (A+B)9r^2 + (12A-6B)r + (4A+B); \qquad r \in Z^+ \quad (5)$$

r^2 සංගුණක සමාන කිරීමෙන් : $A+B=0$

r සංගුණක සමාන කිරීමෙන් : $12A-6B=18$ (10)

r^0 සංගුණක සමාන කිරීමෙන් : $4A+B=3$

r ට අගයන් ආදේශයෙන් පොදු A, B, C සෙවීම (20) (10)

[illegible] (10)

දෙකක් හරි නම් (5)

$\therefore A = 1$ (5) හා $B = -1$ (5)

$\boxed{25}$

$f(r) = \frac{1}{(3r-1)^2}$ යැයි ගනිමු. එවිට $f(r+1) = \frac{1}{(3r+2)^2}$

$\therefore U_r = f(r) - f(r+1)$

$r=1$ විට $\quad U_1 = f(1) - f(2)$ (5)

$r=2$ විට $\quad U_2 = f(2) - f(3)$

$\vdots$

$r=n-1$ විට $\quad U_{n-1} = f(n-1) - f(n)$ (5)

$r=n$ විට $\quad U_n = f(n) - f(n+1)$

$$\sum_{r=1}^{n} U_r = f(1) - f(n+1) \quad (5)$$

$$\therefore S_n = \frac{1}{4} - \frac{1}{(3n+2)^2} \quad (5)$$

$\boxed{20}$

ඔව් ! (5)

$\boxed{05}$

$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{1}{4}$ (5) මක්නිසාද $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{(3n+2)^2} = 0$ (5)

∴ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ.

$\boxed{10}$

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$$\left|S_n - \frac{1}{4}\right| = \frac{1}{(3n+2)^2} < 10^{-6} \quad 5$$

$\Leftrightarrow \quad (3n+2)^2 > 10^6$ හා $n \in \mathbb{Z}^+$

$\Leftrightarrow \quad 3n+2 > 10^3$ හා $n \in \mathbb{Z}^+$

$\Leftrightarrow \quad 3n > 998$ හා $n \in \mathbb{Z}^+$

$\Leftrightarrow \quad n > 332\frac{2}{3}$ හා $n \in \mathbb{Z}^+$ 5

$\therefore$ n හි කුඩාම නිඛිලමය අගය $= 333$. 5

15

---

13 (a)

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

5

මෙවිට $Q^T Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 2I$

$\therefore$ $Q^T Q = \lambda I,$ මෙහි $\lambda = 2$ වේ. 5

10

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 2I \quad \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = I$$

10

$$\therefore P^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad 5$$

15

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ යයි ගනිමු. 5

$$AP = PD \quad \Leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} \quad 5$$

A level Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

13 (5)

$\dfrac{a+b}{\sqrt{2}} = \dfrac{2}{\sqrt{2}}$	$a+b=2$	$a=5$
$\dfrac{-a+b}{\sqrt{2}} = \dfrac{-8}{\sqrt{2}}$	$-a+b=-8$	$b=-3$
$\dfrac{c+d}{\sqrt{2}} = \dfrac{2}{\sqrt{2}}$	$c+d=2$	$c=-3$
$\dfrac{-c+d}{\sqrt{2}} = \dfrac{8}{\sqrt{2}}$	$-c+d=8$	$d=5$

$\therefore A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ (5)

30

<u>වෙනත් ක්‍රමයක්</u>

$AP = PD \implies A = PDP^{-1}$ (10)

$\therefore \quad A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ (10) එක් දැම්ම (5) " " (5)

$= \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ (10)

30

---

13 (b) $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ (5) හා $\bar{z} = x - iy$ (5)

10

$|z|^2 = x^2 + y^2 = (x+iy)(x-iy) = z\bar{z}$ (5)

(5)

$z - \bar{z} = (x+iy) - (x-iy) = 2iy = 2i \operatorname{Im} z$ (5)

(5)

20

$\Rightarrow \quad |z - 3i|^2 = (z-3i)\overline{(z-3i)}$ (5)

$= (z-3i)(\bar{z}+3i)$ (5)

$= z\bar{z} + 3i(z - \bar{z}) + 9$ (5)

$= |z|^2 - 6 \operatorname{Im} z + 9$ (5)

$|1 + 3iZ|^2 = (1+3iz)\overline{(1+3iz)}$ ඕනෑම එකකට (20)

ඕනෑම අනිත් එකට (10)

$= (1+3iz)(1-3i\bar{z})$

$= 1 + 3i(z - \bar{z}) + 9z\bar{z}$

$= 9|z|^2 - 6 \operatorname{Im} z + 1$ (10)

30

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$|z-3i| > |1+3iz|$

$\Leftrightarrow |z-3i|^2 > |1+3iz|^2$ 5

$\Leftrightarrow |z|^2 - 6\,\mathrm{Im}\,z + 9 > 9|z|^2 - 6\,\mathrm{Im}\,z + 1$ 5

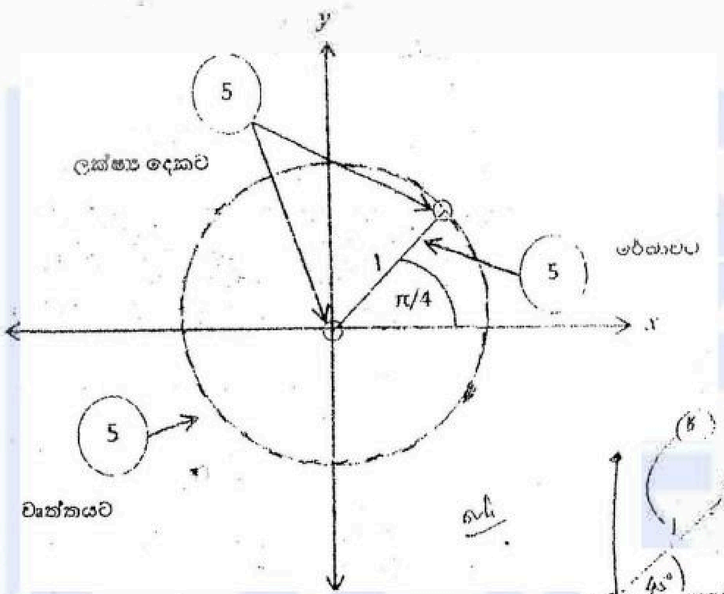
$\Leftrightarrow 8(|z|^2 - 1) < 0$

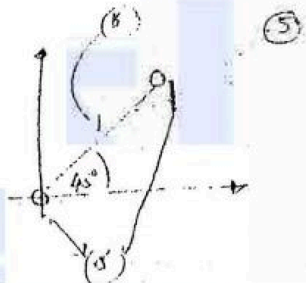
$\Leftrightarrow \quad |z|^2 < 1$ 5

$\Leftrightarrow \quad |z| < 1$ 5

20

$|z-3i| > |1+3iz| \Leftrightarrow |z| < 1$





15

---

14 (a)

$$f(x) = \frac{x^2}{x^3-1} \quad ; \; x \neq 1$$

$$f'(x) = \frac{(x^3-1)2x - x^2.3x^2}{(x^3-1)^2}$$ 10

$$= \frac{-x^4-2x}{(x^3-1)^2} = \frac{-x(x^3+2)}{(x^3-1)^2}$$ 5

15

5

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ හෝ $x^3 = -2$

$\Leftrightarrow x = 0$ හෝ $x = (-2)^{\frac{1}{3}}$ 5

A level Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

x	$x < -2^{\frac{1}{3}}$	$-2^{\frac{1}{3}} < x < 0$	$0 < x < 1$	$x > 1$
$f'(x)$ හි ලකුණ	(-)	(+)	(-)	(-)
	$f(x)$ අඩුවේ	$f(x)$ වැඩිවේ	$f(x)$ අඩුවේ	

15

$x = 0$ දී $f(0) = 0$

$x = (-2)^{\frac{1}{3}}$ දී $f(-2^{\frac{1}{3}}) = \dfrac{(-2^{\frac{1}{3}})^2}{-2-1} = -\dfrac{4^{\frac{1}{3}}}{3}$

$\therefore$ හැරුම් ලක්ෂ්‍යය $\equiv (0,0)$ හා $(-2^{\frac{1}{3}}, -\dfrac{4^{\frac{1}{3}}}{3})$ වේ.

5 5

35

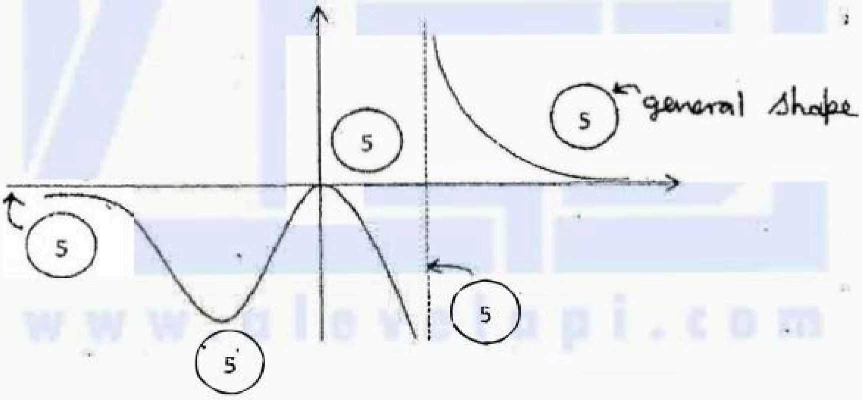
$x \to +\infty$ විට $f(x) \to 0$

$x \to -\infty$ විට $f(x) \to 0$

$x = 1$ දී $f(x)$ අර්ථ නොදැක්වේ.

$x \to 1^-$ විට $f(x) \to -\infty$

$x \to 1^+$ විට $f(x) \to +\infty$



25

14

(b)

රූපයේ අයුරු ගෙවත්තේ පරිමිතිය; $P = 18x + 4y$ ---------→ (1) 5

ගෙවත්තේ වර්ගඵලය; $800 = 4xy + 8x^2$ ---------→ (2) 5

(2) න්, $y = \dfrac{200}{x} - 2x$ 5

$\therefore \quad P = 18x + 4\left(\dfrac{200}{x} - 2x\right)$

$= 10x + \dfrac{800}{x}$ 5

20

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$y = \dfrac{2(100 - x^2)}{x}$ 5

5 5

$y > 0$ සහ $x > 0$ බැවින්, $100 - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 100 \Rightarrow x < 10$; $(\because x > 0)$

$\therefore \underline{\underline{0 < x < 10}}$ $\boxed{15}$

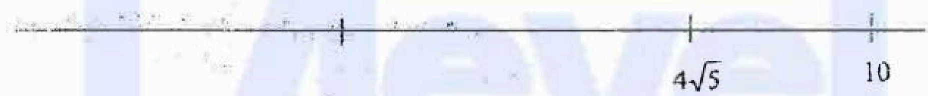
$\dfrac{dP}{dx} = 10 - \dfrac{800}{x^2}$ 10

5 $\dfrac{dP}{dx} = 0 \Leftrightarrow 10 - \dfrac{800}{x^2} = 0$ 5

$\Leftrightarrow x^2 = 80$

$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 4\sqrt{5}}}$ 5 ; $0 < x < 10$

$\boxed{25}$



x	$0 < x < 4\sqrt{5}$	$4\sqrt{5} < x < 10$
$\dfrac{dP}{dx} = 10 - \dfrac{800}{x^2}$ හි ලකුණ	(-)	(+)
	P අඩු වේ	P වැඩි වේ

10

$\therefore x = 4\sqrt{5}$ විට අවම අගයක් ගනී

$\therefore$ අවම පරිමිතිය $= 10 \times 4\sqrt{5} + \dfrac{800}{4\sqrt{5}}$

$= 40\sqrt{5} + 40\sqrt{5}$

$= \underline{80\sqrt{5}\ m}$ 5

$\boxed{15}$

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

(a)

15

$$\int x^2 \sin^{-1} x \, dx = \int \sin^{-1} x \; d\left(\frac{x^3}{3}\right) dx$$ 5

$$= \frac{x^3}{3}\sin^{-1} x - \frac{1}{3}\int x^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$$ 5 10

$$= \frac{x^3}{3}\sin^{-1} x + \frac{1}{3}\int x^2 \, d(\sqrt{1-x^2})$$ 10

$$= \frac{x^3}{3}\sin^{-1} x + \frac{1}{3}\left[x^2\sqrt{1-x^2} - \frac{1}{3}\int \sqrt{1-x^2} \; 2x \, dx \right]$$ 5 5

$$= \frac{x^3}{3}\sin^{-1} x + \frac{1}{3}x^2\sqrt{1-x^2} + \frac{2}{9}(1-x^2)^{3/2} + C$$ 5 5

C යනු අභිමත නියතයකි.

15

(b)

$$\frac{x^2+3x+4}{(x^2-1)(x+1)^2} = \frac{x^2+3x+4}{(x-1)(x+1)^3}$$ 5

$$\frac{x^2+3x+4}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x+1)} + \frac{C}{(x+1)^2} + \frac{D}{(x+1)^3}$$ 10

$$x^2+3x+4 = A(x+1)^3 + B(x+1)^2(x-1) + C(x-1)(x+1) + D(x-1)$$

$x = 1$; $\quad 1+3+4 = 8A \quad \Rightarrow \quad A = 1$

$x = -1$; $\quad 1-3+4 = -2D \quad \Rightarrow \quad D = -1$

x^3 හි සංගුණක සැසඳීමෙන් ; $0 = A + B \quad \Rightarrow \quad B = -A = -1$

x^2 හි සංගුණක සැසඳීමෙන් ; $\quad 1 = 3A - B + 2B + C \quad \Rightarrow \quad C = -1$

$$\therefore \frac{x^2+3x+4}{(x^2-1)(x+1)^2} = \frac{1}{(x-1)} - \frac{1}{(x+1)} - \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+1)^3}$$ 10

$$\int \frac{x^2+3x+4}{(x^2-1)(x+1)^2}dx = \int \frac{1}{(x-1)}dx - \int \frac{1}{(x+1)}dx - \int \frac{1}{(x+1)^2}dx - \int \frac{1}{(x+1)^3}dx$$ 5

$$= \ln|x-1| - \ln|x+1| + \frac{1}{(x+1)} + \frac{1}{2(x+1)^2} + C$$ 20

C යනු අභිමත නියතයකි.

A level Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

(c) 15

$$aI + bJ = \int_0^{\pi/2} \frac{a^2+b^2+a\cos x+b\sin x}{a^2+b^2+a\cos x+b\sin x}dx = \int_0^{\pi/2} dx = x\Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} \longrightarrow (1)$$

5 5 5

$$bI - aJ = \int_0^{\pi/2} \frac{ba+b\cos x-ab-a\sin x}{a^2+b^2+a\cos x+b\sin x}dx \longrightarrow (2)$$ 5

$$\ln(a^2+b^2+a\cos x+b\sin x)\Big|_0^{\pi/2},$$ 10 $a^2+b^2>1$ නිසා

$$= \ln(a^2+b^2+b) - \ln(a^2+b^2+a)$$ 10

$$= \ln\left(\frac{a^2+b^2+b}{a^2+b^2+a}\right)$$

$$(1)\times a + (2)\times b \Rightarrow I = \frac{1}{a^2+b^2}\left\{a\frac{\pi}{2} + b\ln\left(\frac{a^2+b^2+b}{a^2+b^2+a}\right)\right\}$$ 5

$$(1)\times b + (2)\times a \Rightarrow J = \frac{1}{a^2+b^2}\left\{b\frac{\pi}{2} - a\ln\left(\frac{a^2+b^2+b}{a^2+b^2+a}\right)\right\}$$ 5

50

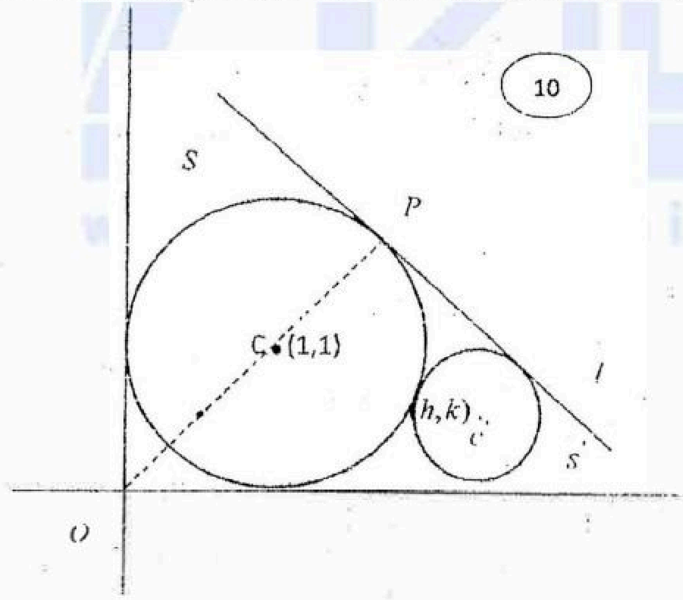
16

5

$S \equiv x^2+y^2-2x-2y+1=0$ වෘත්තයේ සමීකරණය $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ ලෙස ලිවිය හැක.

$\therefore$ කේන්ද්‍රය $\equiv (1,1)$ 5 අරය $= 1$ 5

15



10

5 5 5 5

$OP = OC + CP = \sqrt{2}+1,$ සහ $P \equiv (OP\cos\frac{\pi}{4}, OP\sin\frac{\pi}{4})$ වන නිසා

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$P \equiv (1+\frac{1}{\sqrt{2}}, 1+\frac{1}{\sqrt{2}})$ වේ.

20

CP රේඛාවේ අනුක්‍රමනය $=1$, 5 $OP \perp l$ නිසා l රේඛාවේ අනුක්‍රමනය $=-1$ 5

$\therefore$ l රේඛාවේ සමීකරණය $\left[y-\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right] = -1\left[x-\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right]$ 10

$\Rightarrow x+y = 2+\sqrt{2}$ 5

25

$(0,0)$ හා (h,k) ලක්ෂ්‍ය දෙක $l:\ x+y-(2+\sqrt{2})=0$ රේඛාවේ එකම පැත්තේ පිහිටයි. 5

$\therefore\ -(2+\sqrt{2})\left[h+k-(2+\sqrt{2})\right] > 0$ 5

$\Rightarrow\ h+k < 2+\sqrt{2}$. 5

15

$C' \equiv (h,k)$ සිට l රේඛාවට ලම්බක දුර d නම්

$d = \frac{|h+k-(2+\sqrt{2})|}{\sqrt{2}}$ 10

$d = \frac{(2+\sqrt{2})-(h+k)}{\sqrt{2}}$ 5 $(\because\ h+k < 2+\sqrt{2})$

S' වෘත්තය l රේඛාව ස්පර්ශ කරන බැවින් ඉහත ලම්බ දුර S' හි අරයට සමාන විය යුතුය. 10

S හා S' වෘත්ත දෙක බාහිරව ස්පර්ශ වන බැවින්

$CC' = 1+d$ 10

$\Rightarrow CC'^2 = (1+d)^2$

$\Rightarrow (h-1)^2+(k-1)^2 = \left[1+\frac{(2+\sqrt{2})-(h+k)}{\sqrt{2}}\right]^2$ 10

$\Rightarrow 2h^2+2k^2-4h-4k+4 = \left[2+2\sqrt{2}-h-k\right]^2$

$= (2+2\sqrt{2})^2 - 2(2+2\sqrt{2})h - 2(2+2\sqrt{2})k + 2hk + h^2 + k^2$ 15

$\Rightarrow h^2-2hk+k^2+4\sqrt{2}(h+k) = 8(\sqrt{2}+1)$ 5

65

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

17 a) $\cos\alpha + \cos\beta - \cos\gamma - \cos(\alpha+\beta+\gamma)$

$= \cos\alpha + \cos\beta - (\cos\gamma + \cos(\alpha+\beta+\gamma))$ 5

$= 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) - 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta+2\gamma}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$ 5 + 5

$= 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\left[\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) - \cos\left(\frac{\alpha+\beta+2\gamma}{2}\right)\right]$ 5

$= 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)2\sin\left(\frac{\alpha+\gamma}{2}\right)\sin\left(\frac{\beta+\gamma}{2}\right)$ 5

$= 4\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha+\gamma)\sin\frac{1}{2}(\beta+\gamma)$

25

17

b) $f(x) = 2\sin^2\frac{x}{2} + 2\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} + 4\cos^2\frac{x}{2}$

$= (1-\cos x) + \sqrt{3}\sin x + 2(1+\cos x)$ 10

$= \sqrt{3}\sin x + \cos x + 3$

$= 2\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x\right] + 3$ 5

$= 2\left[\cos\frac{\pi}{6}\sin x + \sin\frac{\pi}{6}\cos x\right] + 3$ 5

$= 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 3$ 5

$a = 2$, $b = 3$, $\theta = \frac{\pi}{6}$

10

35

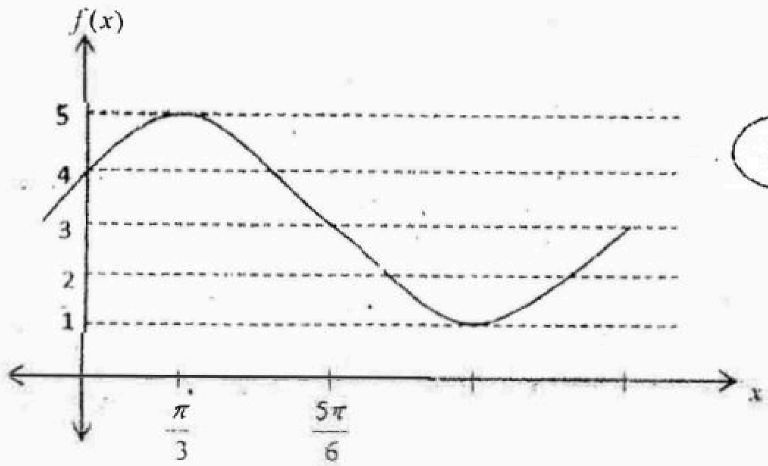
$-1 \le \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \le 1$ 5

$-2 \le 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \le 2$ 5

$-2 + 3 \le 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 3 \le 2 + 3$

$1 \le f(x) \le 5$ 5

15

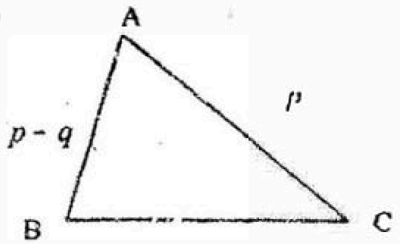


20

20

Alevel අපි උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

17



සයින් නීතිය යෙදීමෙන්,

$$\frac{\sin A}{p+q} = \frac{\sin B}{p} = \frac{\sin C}{p-q} = k \text{ යැයි සිතමු.} \quad 5$$

5 5

$$\Rightarrow \sin A - 2\sin B + \sin C = k(p+q) - 2kp + k(p-q) = 0 \quad 10$$

25

$$\sin A + \sin C = 2\sin B$$

$$2\sin\frac{A+C}{2}\cos\frac{A-C}{2} = 2\sin(\pi - \overline{A+C}) \quad 5 \; + \; 5$$

$$\sin\frac{A+C}{2}\cos\frac{A-C}{2} = \sin(A+C) \quad 5$$

$$\sin\left(\frac{A+C}{2}\right)\cos\left(\frac{A-C}{2}\right) = 2\sin\left(\frac{A+C}{2}\right)\cos\left(\frac{A+C}{2}\right) \quad 5$$

$$\cos\left(\frac{A-C}{2}\right) = 2\cos\left(\frac{A+C}{2}\right) \quad 5$$

$$\left(0 < \frac{A+C}{2} < \frac{\pi}{2} \quad \therefore \quad \sin\left(\frac{A+C}{2}\right) > 0\right) \quad 5$$

30

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .