WWW.ALEVELAPI.COM

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2015

10 - සංයුක්ත ගණිතය - II

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

www.alevelapi.com

මෙය උත්තරපත්‍ර පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා සකස් කෙරිණි.
පරීක්ෂක සාකච්ඡා පැවැත්වෙන අවස්ථාවේ දී ඉදිරිපත්වන අදහස් අනුව මෙහි වෙනස්කම් කරනු ලැබේ.

අවසන් සංශෝධන ඇතුළත් කළ යුතු ව ඇත.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

අ.පො.ස.(උ.පෙළ) විභාගය - 2015

10 - සංයුක්ත ගණිතය

<u>ලකුණු බෙදීයාම</u>

- II පත්‍රය

A කොටස - $10 \times 25 = 250$

B කොටස - $05 \times 150 = 750$

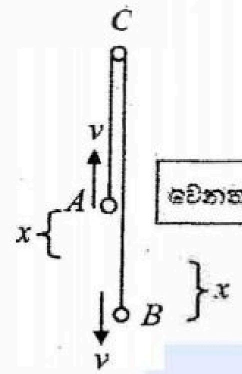
එකතුව - 1000 / 10

- II පත්‍රය - අවසාන ලකුණු - 100

www.alevelapi.com

Alevel Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

1. ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m හා $2m$ වූ A හා B අංශු දෙකක්, අචල කුඩා සුමට C කප්පියක් උඩින් යන $2l$ දිගකින් යුතු සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට සම්බන්ධ කර ඇත. එක් එක් අංශුව C ට l ගැඹුරකින් එල්ලා තබා පද්ධතිය එම පිහිටීමෙන් නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්, එක් එක් අංශුව $x(< l)$ දුරක් චලනය වී ඇති විට එක් එක් අංශුවෙහි v වේගය, $v^2 = \frac{2gx}{3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. එනයින්, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, පද්ධතියේ ත්වරණය සොයන්න.



වා.ශ + වි.ශ = නියතයක් යෙදීමෙන් $\Rightarrow$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(2m)v^2 - mg(l-x) - 2mg(l+x) = \text{නියතයකි.}$$ (5) (5) (5)

$\doteq$ ආරම්භක අගය $= 0 - 3mgl$ (15)

වෙනත් ක්‍රමයක්: ශක්ති සංස්ථිතියෙන් $\Rightarrow 2mgx - mgx = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(2m)v^2$ (15)

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot 3mv^2 = (2mg - mg)x$$

$$v^2 = \frac{2gx}{3}$$ (5)

x විෂයයෙන් අවකලනයෙන්;

$$2v\frac{dv}{dx} = \frac{2g}{3}$$

පද්ධතියේ ත්වරණය $= \frac{g}{3}$ (5)

<u>වෙනත් ක්‍රමයක්</u>

t විෂයයෙන් අවකලනයෙන්

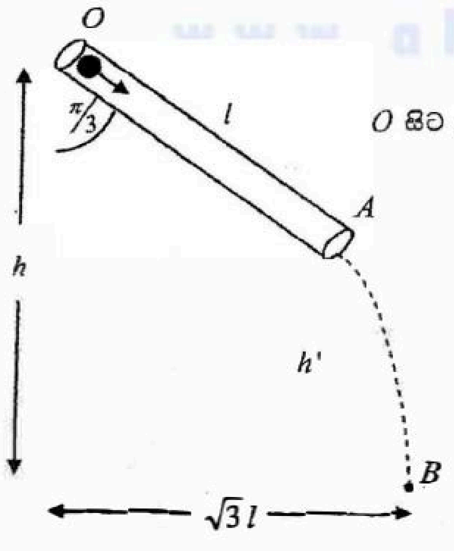
$$2v\frac{dv}{dt} = \frac{2g}{3}\left(\frac{dx}{dt}\right)$$

ත්වරණය $= \frac{dv}{dt} = \frac{g}{3}$ (5)

25

---

2. දෙකෙළවර ම විවෘත, දිග l වූ සෘජු සිහින් සුමට OA නලයක්, O ඉහළ කෙළවර තිරස් පොළොවට $h(>l)$ උසක් ඉහළින් ඇති ව, සිරස සමග $\frac{\pi}{3}$ කෝණයක් සාදන පරිදි සවි කර ඇත. නලය ඇතුළත, O හි නිශ්චලතාවයෙන් තබනු ලැබූ අංශුවක් නලය දිගේ පහළට ලිස්සා යයි. ඊළඟට අංශුව A කෙළවරින් නලයෙන් ඉවත්ව ගොස්, O සිට $\sqrt{3}\,l$ තිරස් දුරකින් වූ B ලක්ෂ්‍යයක දී පොළොව සමග ගැටෙයි. (i) A හි දී අංශුවේ වේගය $\sqrt{gl}$ බව ද (ii) $h = \frac{3l}{2}$ බව ද පෙන්වන්න.



O සිට A දක්වා, අංශුවේ නියත ත්වරණය සහිත චලිතය සඳහා

$$\searrow\; v^2 = u^2 + 2as$$

$$v^2 = 2\cdot g\cos\frac{\pi}{3}\cdot l$$ (5)

$$v^2 = gl; \quad v = \sqrt{gl}$$

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

A සිට B දක්වා චලිතය සඳහා,

$\rightarrow \quad s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$$\sqrt{3}l - l\sin\frac{\pi}{3} = t\sqrt{gl}\sin\frac{\pi}{3} \quad (5)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}l \cdot \frac{1}{\sqrt{gl}} = \frac{\sqrt{3}}{2}t$$

$$t = \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (5)$$

$$\downarrow h' = \frac{1}{2}\sqrt{gl} \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} + \frac{1}{2}g \cdot \frac{l}{g} = l \quad (5)$$

$$\therefore\ h = l + l\cos\frac{\pi}{3} = \frac{3l}{2} \quad (5)$$

25

---

3. සුමට තිරස් මේසයක් මත u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වෙමින් පවතින ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්, P හි පෙතෙහි නිශ්චලව තිබෙන m ස්කන්ධය සහිත වෙනත් Q අංශුවක් සමඟ ඍජුව ගැටෙයි. අංශු දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e\ (0 < e < 1)$ නම්, ගැටුමෙන් පසු P හා Q හි ප්‍රවේගවල වේගය හා දිශාව සඳහා ප්‍රකාශන, u හා e ඇසුරෙන් ලබා ගන්න. එනයින්, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, ගැටුමට පසු පද්ධතියේ ඉතිරි වන චාලක ශක්තිය, මුල් චාලක ශක්තියට දරන අනුපාතය, $(1+e^2):2$ බව පෙන්වන්න.

P ○ $\rightarrow u$ ○ Q

ගැටුමට පෙර චාලක ශක්තිය $= T_0 = \frac{1}{2}mu^2$

P ○ $\rightarrow v$ ○ $\rightarrow w$ Q

ගැටුමට පසු චාලක ශක්තිය $= T_1 = \frac{1}{2}m(v^2 + w^2)$ (5)

ගම්‍යතා සංස්ථිතිය :

$$mu = mv + mw \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$u = v + w \quad (5)$$

නිව්ටන් ප්‍රත්‍යාගති නියමය :

$$eu = w - v \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \quad (5)$$

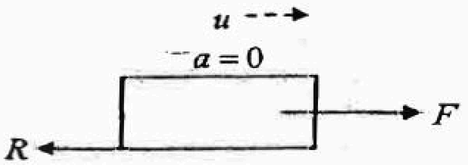
$$\text{චා.ශ. අනුපාතය} = \frac{T_1}{T_0} = \frac{v^2 + w^2}{u^2} = \left[\frac{(v+w)^2 + (w-v)^2}{2u^2}\right] = \left(\frac{u^2 + e^2u^2}{2u^2}\right) \quad (5)\ (5)$$

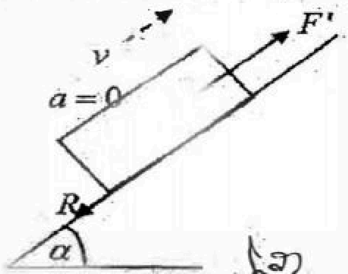
$$= \frac{1}{2}(1 + e^2)$$

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

4. එන්ජිම H kW ජවයකින් ක්‍රියා කරමින් ස්කන්ධය මෙට්‍රික් ටොන් M වූ ලොරියක්, සෘජු සමතලා පාරක් දිගේ u m s^{-1} නියත ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරයි. ඉන් පසුව, එන්ජිම $2H$ kW ජවයකින් ක්‍රියා කරමින්, තිරසට α කෝණයක් ආනත වූ සෘජු පාරක් දිගේ ලොරිය ඉහළට චලනය වන අතර, චලිතයට ප්‍රතිරෝධය තිරස් චලිතයට ඇති ප්‍රතිරෝධය ම වේ. මෙම අවස්ථාවේ දී ලොරියේ උපරිම වේගය $\dfrac{2Hu}{H+Mgu\sin\alpha}$ m s^{-1} බව පෙන්වන්න.





ජවය $= H$ kW බැවින්

ප්‍රකර්ෂණ බලය $F = \dfrac{1000H}{u}$ N (5)

$\longrightarrow F = ma$

$\dfrac{1000H}{u} - R = 0$

$R = \dfrac{1000H}{u}$ N (5)

$F = ma$

$F' - R - 1000Mg\sin\alpha$ (5) $= 0$ (5)

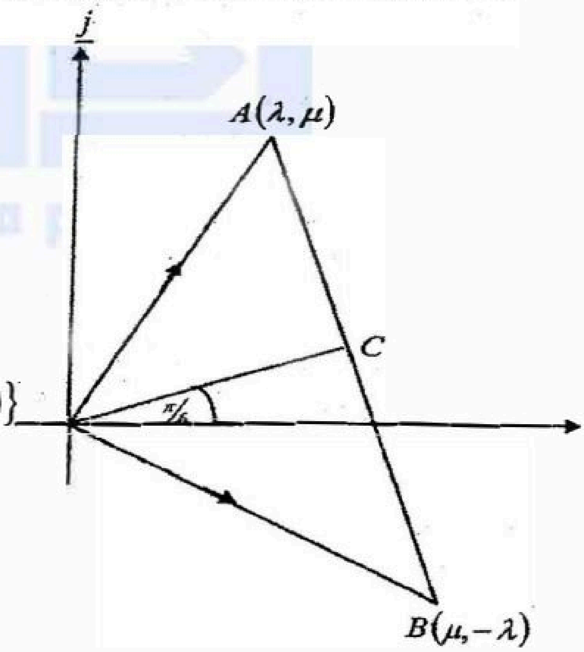
$\dfrac{2000H}{v} = \dfrac{1000H}{u} + 1000Mg\sin\alpha$

$\dfrac{2H}{v} = \dfrac{H+Mgu\sin\alpha}{u}$ (5)

$v = \dfrac{2Hu}{H+Mgu\sin\alpha}$ m s^{-1}

25

5. සුපුරුදු අංකනයෙන්, O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\lambda\mathbf{i} + \mu\mathbf{j}$ හා $\mu\mathbf{i} - \lambda\mathbf{j}$ වේ; මෙහි λ හා μ යනු $0 < \lambda < \mu$ වන පරිදි වූ තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වේ. $A\hat{O}B$ සෘජු කෝණයක් බව පෙන්වන්න. AB රේඛා ඛණ්ඩයෙහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය C යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OC}$ දෛශිකයේ විශාලත්වය 2 නම් හා එය $\mathbf{i}$ ඒකක දෛශිකය සමග $\dfrac{\pi}{6}$ ක කෝණයක් සාදයි නම්, λ හා μ හි අගයන් සොයන්න.



$\overrightarrow{OA} = \lambda\underline{i} + \mu\underline{j}$

$\overrightarrow{OB} = \mu\underline{i} - \lambda\underline{j}$

$\lambda, \mu \in \mathbb{R}^+$ සඳහා $\quad \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB} = \lambda\mu - \mu\lambda = 0$ (5)

$\Rightarrow A\hat{O}B = \dfrac{\pi}{2}$

$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \lambda\underline{i} + \mu\underline{j} + \overrightarrow{AC}$

$= \lambda\underline{i} + \mu\underline{j} + \dfrac{1}{2}\{(\mu\underline{i} - \lambda\underline{j}) - (\lambda\underline{i} + \mu\underline{j})\}$

$= \dfrac{1}{2}(\lambda + \mu)\underline{i} + \dfrac{1}{2}(\mu - \lambda)\underline{j}$ (5)

Alevel Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

$$\overline{OC} \cdot \underset{\sim}{i} = 2\cos\frac{\pi}{6} = \sqrt{3} = \frac{1}{2}(\lambda + \mu) \quad (5)$$

$$\overline{OC} \cdot \underset{\sim}{j} = 2\sin\frac{\pi}{6} = 1 = \frac{1}{2}(\mu - \lambda) \quad (5)$$

අඩු කිරීමෙන් සහ එකතු කිරීමෙන් $\Rightarrow$

$\lambda = \sqrt{3} - 1, \ \mu = \sqrt{3} + 1$

(5)

25

---

6. ඒකාකාර සිහින් බර දණ්ඩක්, එහි එක කෙළවරක් රළු තිරස් පොළොවක් මත හා අනෙක් කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව නිසලව තිබේ. දණ්ඩ සිරස සමඟ θ සුළු කෝණයක් සාදමින්, බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටයි. මෙම පිහිටීමේ දී දණ්ඩ සමතුලිතව තිබීම සඳහා, දණ්ඩ හා පොළොව අතර μ ඝර්ෂණ සංගුණකය $\mu \geq \frac{1}{2}\tan\theta$ සපුරාලිය යුතු බව පෙන්වන්න.

විභේදනයෙන්

$\rightarrow \quad F = S$ (5)

$\uparrow \quad R = W$ (5)

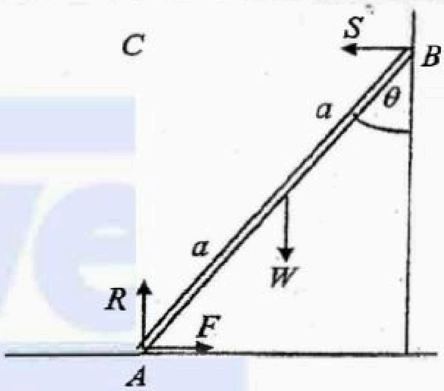
A වටා ඝූර්ණය ගැනීමෙන් :

$A \curvearrowleft \quad S \cdot 2a\cos\theta = W \cdot a\sin\theta$ (5)

$S = F$ නිසා $F = \frac{1}{2}W\tan\theta \leq \mu R$ (5)

$\frac{1}{2}W\tan\theta \leq \mu W \ \Rightarrow \ \mu \geq \frac{1}{2}\tan\theta$

(5)



25

---

7. A, B හා C යනු S නියැදි අවකාශයක ස්වායත්ත සිද්ධි තුනක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A \cup B \cup C)$ සම්භාවිතාව $P(A)$, $P(B)$ හා $P(C)$ සම්භාවිතා ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.
$P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ හා $P(A \cup B \cup C) = \frac{3}{4}$ බව තවදුරටත් දී ඇති විට, $P(C)$ සම්භාවිතාව සොයන්න.

දෙන ලද සම්භාවිතා : $P(A) = \frac{1}{4}, \ P(B) = \frac{1}{2}$ and $P(A \cup B \cup C) = \frac{3}{4}$

A, B හා C ස්වායත්ත සිද්ධි බැවින්, $P(A \cap B)$ (5)

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A) \cdot P(B) - P(B) \cdot P(C) - P(C) \cdot P(A) + P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) \quad (10)$$

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + P(C) - \frac{1}{8} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) \cdot P(C) + \frac{1}{8} \cdot P(C) \quad (5)$$

$$\frac{1}{8} = P(C)\left[1 + \frac{1}{8} - \frac{3}{4}\right] = P(C) \cdot \left[\frac{3}{8}\right] \quad (5) \qquad \therefore P(C) = \frac{1}{3} \quad (5)$$

25

Alevel Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

8. සර්වසම පෙනුමැති විදුලි බල්බ 7ක් පෙට්ටියක අඩංගු වේ. මෙම බල්බවලින් 2 ක් දෝෂ සහිත බවත්, ඉතිරිය පාවිච්චි කළ හැකි බවත් දැනගෙන ඇත. දෝෂ සහිත බල්බ 2 ම හඳුනා ගන්නා තුරු එකකට පසුව අනෙක වශයෙන් බල්බ පරීක්ෂා කරනු ලැබේ.

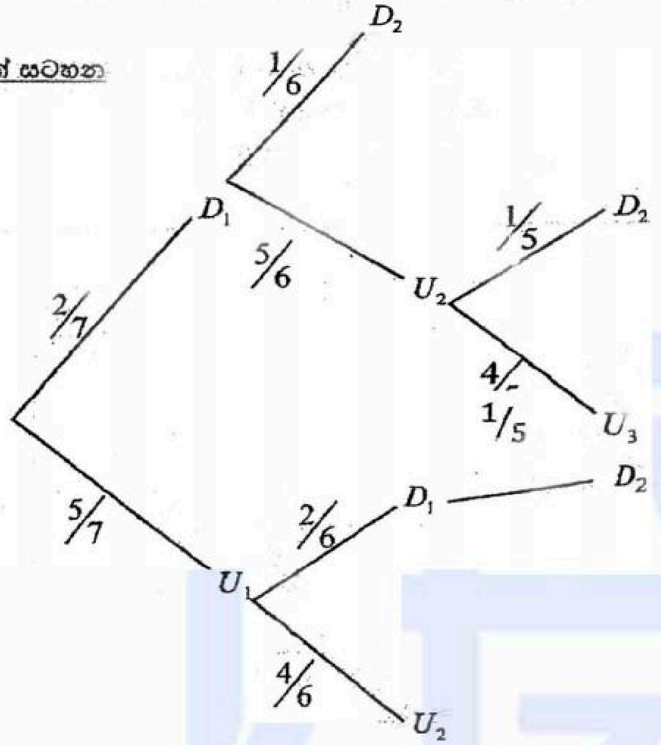
(i) බල්බ දෙකක් පමණක්, **(ii)** බල්බ තුනක් පමණක්

පරීක්ෂා කිරීමෙන් ද දෝෂ සහිත බල්බ දෙක ම හඳුනා ගැනීමට හැකිවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

විදුලි බල්බ 7 ක් අතුරෙන් 2 ක් දෝෂ සහිත වන අතර 5 ක් පාවිච්චි කල හැකි වේ.

$D =$ දෝෂ සහිත වීම , $U(=D') =$ පාවිච්චි කල හැකි වීම

<u>රුක් සටහන</u>



$P(D_1) = \frac{2}{7}$ (5)

$P(D_1D_2) = \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{21}$ (5)

$P(D_1U_2D_2) = \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{21}$ (5)

$P(U_1D_1D_2) = \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{21}$ (5)

පරීක්ෂාව ; 1 වැනි 2 වැනි 3 වැනි

පරීක්ෂා දෙකක් පමණක් සැහීමේ සම්භාවිතාව $= P(D_1D_2) = \frac{1}{21}$ 25

පරීක්ෂා තුනක් පමණක් සැහීමේ සම්භාවිතාව $= P(D_1U_2D_2) + P(U_1D_1D_2) = \frac{1}{21} + \frac{1}{21} = \frac{2}{21}$ (5)

---

9. පූර්ණ සංඛ්‍යා හතක S කුලකයක සංඛ්‍යා පහත දැක්වෙන අයුරු ආරෝහණ පිළිවෙලට සකසා ඇත.

$S = \{1, 2, 4, x, y, 11, 13\}$.

සංඛ්‍යාවල මධ්‍යන්‍යය y නම්, x හා y හි අගයන් නිර්ණය කරන්න. සංඛ්‍යාවල විචලතාව $\frac{120}{7}$ බව පෙන්වන්න.

ආරෝහණ පිළිවෙලට ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා හත : 1 2 4 x y 11 13

මධ්‍යන්‍යය $= y \Rightarrow 1+2+4+x+y+11+13 = 7y$

$\Rightarrow 6y - x = 31$ (5)

$x = 4$ යැයි සිතමු. : $6y - 4 = 31$

$6y = 35$. (5) y සඳහා ධන පූර්ණ <u>විසඳුමක් නොමැත.</u>

Alevelapi උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$x=5$ යැයි සිතමු : $6y-5=31$

$y=6$ (5)

වෙනත් ක්‍රමයක්

$\because 4 \le x \le 11$ බැවින්

$35 \le 6y \le 42$

තිබිය හැකි නිඛිල y:

$y=6$ හෝ $y=7$ (5)

$\Rightarrow x=5$ (5) $\Rightarrow x=11$

($x<y$ නිසා විසංවාදයකි)

විසඳුම : $x=5,\quad y=6=\mu$

විචලතාව: $S^2=\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}(x_i-\mu)^2$ (5)

$=\frac{1}{7}\left[(-5)^2+(-4)^2+(-2)^2+(-1)^2+0+5^2+7^2\right]$ (5)

$=\frac{1}{7}(25+16+4+1+25+49)=\frac{120}{7}$

25

---

10. මුහුණත් 1, 2, 3, 4, 5, 6 ලෙස සලකුණු කරන ලද දාදු කැටයක් 50 වරක් උඩ දැමූ විට දාදු කැටයේ උඩත් මුහුණතෙන් දක්නට ලැබුණු අංකවල සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය පහත දැක්වේ:

අංකය	1	2	3	4	5	6
සංඛ්‍යාතය	α	9	γ	11	8	7

සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියෙහි මධ්‍යන්‍යය 3.66 බව දී ඇත්නම්, α හා γ හි අගයන් නිර්ණය කර, මාතය හා මධ්‍යස්ථය සොයන්න.

Number x	1	2	3	4	5	6
Frequency f	α	9	γ	11	8	7

$\sum f=:\ 50=\alpha+\gamma+35 \Rightarrow \alpha+\gamma=15$ (5)

තව ද, මධ්‍යන්‍යය $=3.66 \Rightarrow 50\times3.66=183=1\cdot\alpha+2\cdot9+3\cdot\gamma+4\cdot11+5\cdot8+6\cdot7$

$=\alpha+3\gamma+144 \Rightarrow \alpha+3\gamma=39$ (5)

(5)

විසඳීමෙන්: $\gamma=12$ සහ $\alpha=3$ (5)

මාතය $=3$ මධ්‍යස්ථය $=4.$

(5)

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

11. (a) P හා Q අංශු දෙකක් අචල තිරස් පොළවක් මත ලක්ෂ්‍ය දෙකක සිට පිළිවෙළින් u හා $\frac{u}{\sqrt{2}}$ වේගවලින් සිරස් ව ඉහළට, එක විට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. පොළොව සිට $\frac{u^2}{4g}$ උසකින් අචල සුමට තිරස් සිවිලිමක් ඇත, සිවිලිමත් එය සමඟ ගැටෙන P අංශුවත් අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{\sqrt{2}}$ වන අතර, අංශු දෙක ගුරුත්වය යටතේ පමණක් ඉහළට හා පහළට චලනය වේ.

(i) P අංශුව සිවිලිම සමඟ ගැටීමට මොහොතකට පෙර එහි වේගයත්, ගැටීම සිදු වන මොහොත දක්වා ගත වූ T_1 කාලයත් සොයන්න.

P අංශුව එහි ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යය කරා $\frac{u\sqrt{3}}{2}$ වේගයෙන් ආපසු පැමිණෙන බව පෙන්වන්න.

(ii) Q අංශුව සිවිලිමට ළඟාවීමට ප්‍රමාණවත් වේගයක් නොමැති බව පෙන්වා, එහි ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යය දක්වා ගත වූ T_2 කාලය සොයන්න.

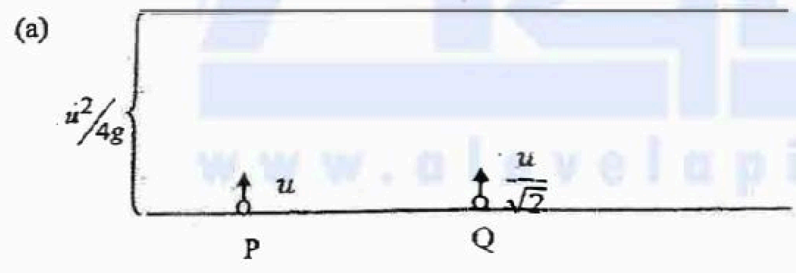
(iii) P හා Q අංශු දෙකෙහි ප්‍රක්ෂේපණ මොහොතේ සිට ආපසු අදාළ ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍ය වෙතට පැමිණීම දක්වා, ඒවායේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන්, එක ම රූපයක අඳින්න.

(iv) ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන්, P අංශුව සිවිලිම සමඟ ගැටෙන මොහොතේ දී Q අංශුව, සිවිලිමට $\frac{u^2}{2g}\left(\sqrt{2}-1\right)^2$ සිරස් දුරක් පහළින් තිබෙන බව පෙන්වන්න.

(b) S නැවක්, u ඒකාකාර වේගයෙන් උතුරු දිශාවට යාත්‍රා කරයි. එහි ගමන් පෙත P වරායක සිට නැගෙනහිර පැත්තට p ලම්බ දුරකින් පිහිටා ඇත. එක්තරා මොහොතක දී, $\overrightarrow{PS}$ හි දිශාව නැගෙනහිරින් දකුණට 45° කෝණයක් සාදන විට දී ම, S නැව හමු වීම සඳහා B_1 හා B_2 පැදවුම් බෝට්ටු දෙකක් P වරායේ සිට වෙනත් දිශා දෙකකට $v\left(\frac{u}{\sqrt{2}} < v < u\right)$ ඒකාකාර වේගයෙන් එක විට ගමන් අරඹයි. මෙම බෝට්ටු පිළිවෙළින් T_1 හා $T_2 (> T_1)$ කාලවල දී S නැවට ළඟා වේ. $\frac{v}{u} = \sqrt{\frac{2}{3}}$ බව තවදුරටත් දී ඇත්නම්, S නැවට සාපේක්ෂව B_1 හා B_2 [illegible] සඳහා සාපේක්ෂ ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ සඳහා දළ සටහන් එක ම රූපයක අඳින්න. P වරායේ සිට S නැව වෙත ගමන් කිරීමේ දී B_1 හා B_2 බෝට්ටුවල නියම චලිත දිශා සොයන්න.

තවදුරටත්, $T_2 - T_1 = \frac{2\sqrt{3}p}{u}$ බව පෙන්වන්න.

(a)



උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

i) *P* අංශුව

$v^2 = u^2 + 2as$

$$v^2 = u^2 - 2g.\frac{u^2}{4g} = \frac{u^2}{2}$$ (5)

සිවිලිම සමඟ ගැටුමට පෙර *P* හි ප්‍රවේගය, $v = \frac{u}{\sqrt{2}} \uparrow$ (5)

$v = u + at$

කාලය T_1 දෙනු ලබන්නේ $\frac{u}{\sqrt{2}} = u - gT_1$ (5) $\Rightarrow T_1 = \frac{u}{g}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

සිවිලිම සමඟ ගැටුමට මොහොතකට පසු එහි ප්‍රවේගය $= ev = \frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{u}{\sqrt{2}} = \frac{u}{2} \downarrow$ (5) **15**

ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයට ආපසු පැමිණෙන විට P හි *w* ප්‍රවේගය:

$v^2 = u^2 + 2as$

$$w^2 = \left(\frac{u}{2}\right)^2 + 2g\left(\frac{u^2}{4g}\right) \Rightarrow w = \frac{u\sqrt{3}}{2}$$ (5) **10**

ii) *Q* අංශුව

$$v_1^2 = \left(\frac{u}{\sqrt{2}}\right)^2 - 2g\left(\frac{u^2}{4g}\right) = 0;$$ (5) *Q* අංශුව, ශූන්‍ය ප්‍රවේගයකින් සිවිලිමට ළඟා වෙයි.

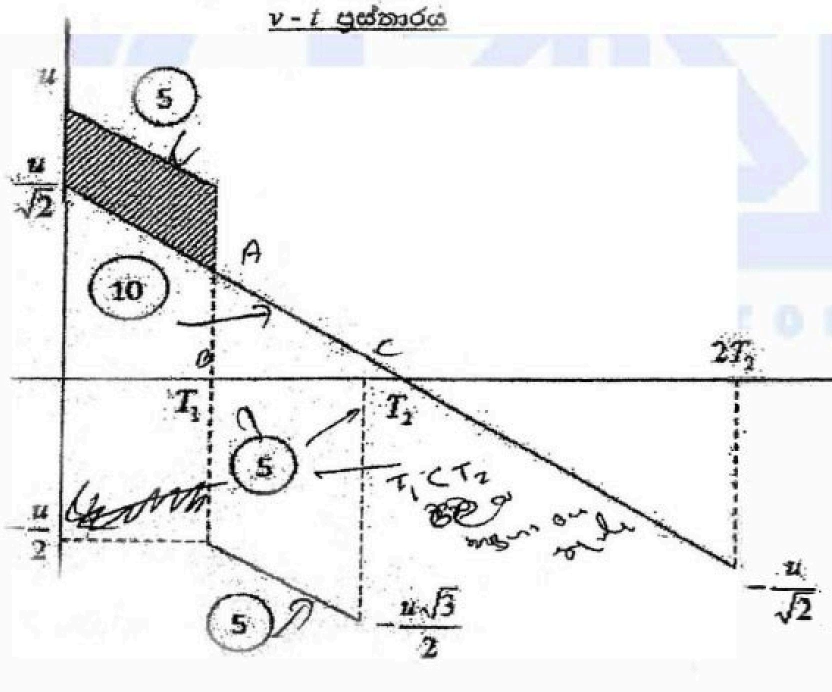
$v = u + at$

සිවිලිමට ළඟාවීමට ගත කරන කාලය T_2 දෙනු ලබන්නේ $0 = \frac{u}{\sqrt{2}} - gT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{u}{\sqrt{2}g}$ (5) **10**

iii) ආපසු (පහළට) චලිතයේදී, *Q* අංශුව ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයට ළඟාවීමේ ප්‍රවේගය $= \frac{u}{\sqrt{2}} \downarrow$

ගත වූ කාලය $2T_2 = \frac{u}{g}\sqrt{2}$ (5)

v - t ප්‍රස්තාරය



30

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

iv) කාලය T_1 වන විට Q අංශුව සිවිලිමට පහළින් පිහිටන දුර

=රූප සටහනෙහි අඳුරු පෙදෙසේ වර්ගඵලය

$$=\left(u-\frac{u}{\sqrt{2}}\right)T_1 \quad (5)$$

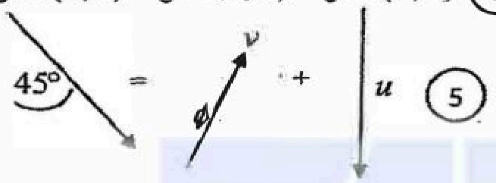
$$=\frac{u}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{2}-1\right)\times\frac{u}{\sqrt{2}g}\left(\sqrt{2}-1\right) \quad (5)$$

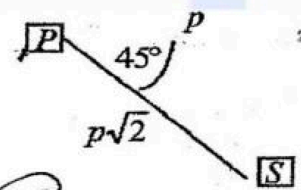
$$=\frac{u^2}{2g}\left(\sqrt{2}-1\right)^2$$

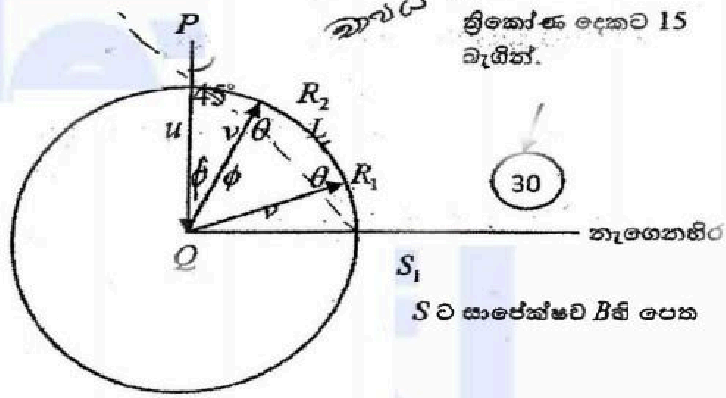
[10]

(b) වරාය P, නැව S, බෝට්ටුව B

ප්‍රවේ(B, S) = ප්‍රවේ(B, P) + ප්‍රවේ(P, S) (5)







S ට සාපේක්ෂව B හි පෙත

ත්‍රිකෝණ දෙකට 15 බැගින්.

(30)

ප්‍රවේ(B, P) සඳහා දිශා දෙකක් තිබිය හැකි අතර ඒවා එක එකක් සාපේක්ෂ පෙත සමඟ θ කෝණයක් සාදයි.

$\frac{v}{u}=\sqrt{\frac{2}{3}}$ බව දී ඇත.

PQR_1 හෝ PQR_2 ත්‍රිකෝණයෙන්,

$$\frac{v}{\sin 45^\circ}=\frac{u}{\sin\theta} \ (5) \Rightarrow \sin\theta=\left(\frac{u}{v}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\theta=60^\circ \quad (5)$$

$$\therefore \phi=15^\circ$$

වරායට (පොළොවට) සාපේක්ෂව ,

(i) B_1 හි ප්‍රවේගය, නැගෙනහිරෙන් උතුරට 15° කෝණයක් සාදයි. (5)

(ii) B_2 හි ප්‍රවේගය, උතුරෙන් නැගෙනහිරට 15° කෝණයක් සාදයි. (5)

[60]

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$$T_2 - T_1 = \sqrt{2}\, p\left(\frac{1}{PR_2} - \frac{1}{PR_1}\right) = \frac{\sqrt{2}p}{PR_1 . PR_2}(PR_1 - PR_2)$$

(5)

$$= \frac{\sqrt{2}pv}{\left(\frac{u}{\sqrt{2}} + \frac{v}{2}\right)\left(\frac{u}{\sqrt{2}} - \frac{v}{2}\right)} = \frac{\sqrt{2}pv}{\left(\frac{u^2}{2} - \frac{v^2}{4}\right)} = \frac{\sqrt{2}p\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}u}{\frac{u^2}{2}\left(1 - \frac{1}{3}\right)} = \frac{2\sqrt{3}p}{u}$$

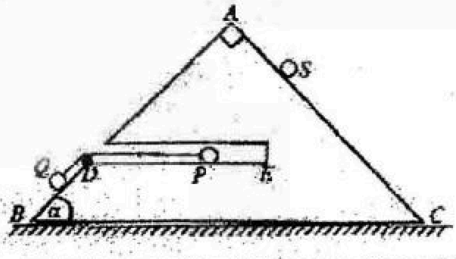
(5) (5)

15

www.alevelapi.com

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

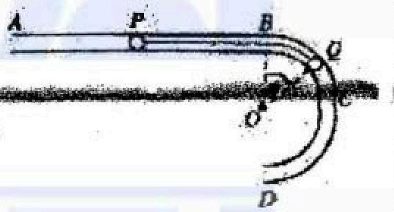
12. (a) දී ඇති රූපයේ, ABC ත්‍රිකෝණය, ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර සුමට කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තුළින් යන සිරස් හරස්කඩක් නිරූපණය කරයි. කුඤ්ඤය තුළ BC ට සමාන්තර වූ DE සිහින් සුමට විල්ලක් ඇත. AB හා AC රේඛා, අදාළ මුහුණත්වල උපරිම බෑවුම් රේඛා වන අතර $A\hat{B}C = \alpha$ හා $B\hat{A}C = \frac{\pi}{2}$ වේ.



BC අඩංගු මුහුණත අචල සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත සිටින පරිදි කුඤ්ඤය තබා ඇත. එක එකක ස්කන්ධය m වූ P හා Q අංශු දෙකක් පිළිවෙළින් DE හා DB මත තබා ඇති අතර, D ලක්ෂ්‍යයේ සවි කළ කුඩා සුමට කප්පියක් උඩින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් ඈඳා ඇත. ස්කන්ධය $\frac{m}{2}$ වූ S අංශුවක් AC මත ලක්ෂ්‍යයක තබා P හා Q සම්බන්ධ කෙරෙන තන්තුව ඇදී තිබිය දී, පද්ධතිය මෙම පිහිටීමෙන් නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.

P අංශුවට ED දිගේ ද Q අංශුවට DB දිගේ ද S අංශුවට AC දිගේ ද චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. තවදුරටත්, මුළු පද්ධතියට ම BC දිගේ චලිත සමීකරණය ලියන්න. එනයින්, කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\vec{BC}$ හි දිශාවට $\frac{mg\sin\alpha}{2M+3m-2m\cos\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

(b) $ABCD$ සිහින් සුමට නලයක් පහත රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට තබා ඇත. නලයේ AB කොටස සෘජු වේ. BCD කොටසට අරය a හා කේන්ද්‍රය O වූ අර්ධ වෘත්තාකාර හැඩයක් ඇති අතර BD විෂ්කම්භය AB ට ලම්බ වේ. AB තිරස් ව හා ඉහළින් ම ඇතිව නලය සිරස් තලයක සවිකර ඇත. නලය ඇතුළත, ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් හා ස්කන්ධය $3m$ වූ Q අංශුවක් $l\left(>\frac{\pi a}{2}\right)$ දිගැති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. ආරම්භයේ දී, තන්තුව ඇදී AB දිගේ පිහිටන අතර Q අංශුව B ලක්ෂ්‍යයේ තබා ඇත. Q අංශුව මෙම පිහිටීමේ සිට යන්තමින් විස්ථාපනය කරනු ලැබීමෙන් t කාලයක දී OQ අරය θ සුළු කෝණයකින් හැරේ.

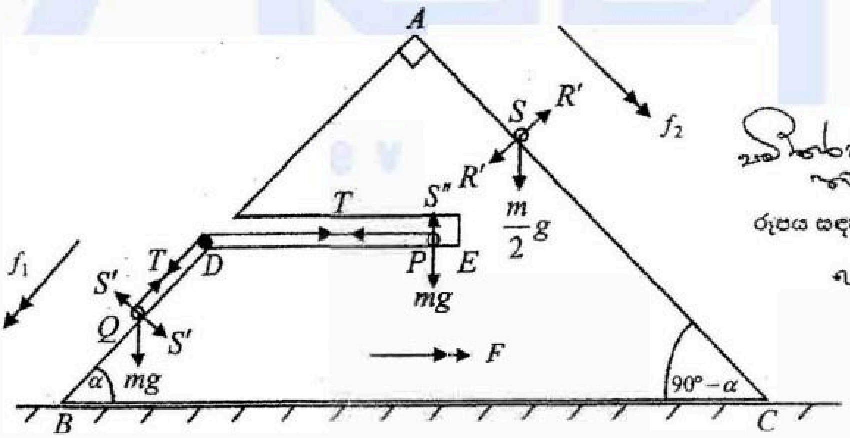


ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්, $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{3g}{2a}(1-\cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, P අංශුවේ ත්වරණය $\frac{3g}{4}\sin\theta$ බව පෙන්වන්න.

t කාලයේ දී Q අංශුව මත නලයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව හා තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

(a)



රූපය සඳහා (10)

නිව්ටන් දෙවැනි නියමය යෙදීමෙන්:

P අංශුවට, ED දිගේ: $\longleftarrow$

$$T = m(f_1 - F) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1) \quad (10)$$

Alevel Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

Q අංශුවට, DBදිශේ:

$$mg\sin\alpha - T = m(f_1 - F\cos\alpha) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2) \quad (10)$$

S අංශුවට, AC දිශේ:

$$\frac{m}{2} g\cos\alpha = \frac{m}{2}(f_2 + F\sin\alpha) \ldots\ldots\ldots\ldots (3) \quad (10)$$

පද්ධතියට, BCදිශේ: $\longrightarrow$

$$0 = MF + m(F - f_1) + m(F - f_1\cos\alpha) + \frac{m}{2}(F + f_2\sin\alpha) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4) \quad (15)$$

55

$\frac{(1)+(2)}{m}$:

$$g\sin\alpha = 2f_1 - F(1+\cos\alpha)$$

$$\Rightarrow f_1 = \frac{g\sin\alpha + F(1+\cos\alpha)}{2} \quad (5)$$

(3) න්,

$$f_2 = g\cos\alpha - F\sin\alpha \quad (5)$$

$$(4) \Rightarrow 0 = F\left\{M + \frac{5m}{2}\right\} - mf_1(1+\cos\alpha) + \frac{m}{2} f_2\sin\alpha$$

$$0 = \frac{F}{2}(2M+5m) - \frac{m}{2}(1+\cos\alpha)\{g\sin\alpha + F(1+\cos\alpha)\} + \frac{m}{2}\sin\alpha(g\cos\alpha - F\sin\alpha) \quad (10)$$

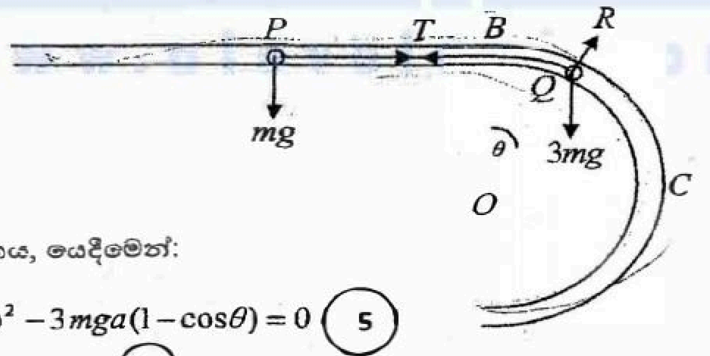
$$mg\sin\alpha = F\{2M + 5m - m(1+\cos\alpha)^2 - m\sin^2\alpha\}$$

$$= F\{2M + 3m - 2m\cos\alpha\} \quad (5)$$

$$\Rightarrow \quad F = \frac{mg\sin\alpha}{2M + 3m - 2mcoos\alpha}$$

25

(b)



(5)

චා. ශ. + වි. ශ. =නියතය, යෙදීමෙන්:

$$\frac{1}{2}m(a\dot{\theta})^2 + \frac{3m}{2}(a\dot{\theta})^2 - 3mga(1-\cos\theta) = 0 \quad (5)$$

(10) (10)

$$\dot{\theta}^2 = \frac{3g}{2a}(1-\cos\theta) \quad (5)$$

35

Alevel Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

θ විෂයයෙන් අවකලනයෙන් $2\dot{\theta}\dfrac{d\dot{\theta}}{d\theta} = \dfrac{3g}{2a}\sin\theta$ (5)

$$\Rightarrow \quad a\ddot{\theta} = \frac{3g}{4}\sin\theta$$

$\therefore$ P අංශුවේ ත්වරණය $= a\ddot{\theta} = \dfrac{3g}{4}\sin\theta$ ⟶ (5)

10

P හා Q අංශු සඳහා නිව්ටන් දෙවැනි නියමය යෙදීමෙන්:

PB දිශේ P අංශුවට ⟶

$$T = ma\ddot{\theta} \quad (5)$$

$$\Rightarrow T = m\frac{3g}{4}\sin\theta \quad (5)$$

= තන්තුවේ ආතතිය

QO දිශේ Q අංශුවට ↙ θ

$$3mg\cos\theta - R = 3ma\dot{\theta}^2 \quad (5)$$

$$R = 3mg\cos\theta - 3ma\frac{3g}{2a}(1-\cos\theta) \quad (5)$$

$$= 3mg\cos\theta - \frac{9mg}{2} + \frac{9mg}{2}\cos\theta$$

$$= \frac{3mg}{2}(5\cos\theta - 3) \quad (5)$$

25

www.alevelapi.com

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

13. ස්වාභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $2mg$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරක් අචල A ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. A හි මට්ටමට ඉහළින් සවිකරන ලද B කුඩා සුමට නාදැත්තක් උඩින් තන්තුව යන අතර, තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් සම්බන්ධ කර ඇත. AB දුර a වන අතර, BA පටි අත් සිරස සමග සාදන කෝණය $\frac{\pi}{3}$ වේ. ආරම්භයේ දී P අංශුව B නාදැත්තට යන්තමින් පහළින් තබා සිරස් ව පහළට $u = \sqrt{\frac{5ga}{8}}$ වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. කාලය t වන විට තන්තුවේ විතතිය x යැයි ගනිමු. P අංශුවෙහි සරල අනුවර්තී චලිතය සඳහා සමීකරණය $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $X = x - \frac{a}{2}$ හා $\omega^2 = \frac{2g}{a}$ වේ. මෙම චලිත සමීකරණය සඳහා, $\dot{X}^2 = \omega^2\left(A^2 - X^2\right)$ ආකාරයේ විසඳුමක් උපකල්පනය කරමින්, සරල අනුවර්තී චලිතයේ විස්තාරය $A = \frac{3a}{4}$ බව පෙන්වා, අංශුව ළඟා වන පහත් ම පිහිටීම වූ E ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

සරල අනුවර්තී චලිතයේ C කේන්ද්‍රය පසු කර අංශුව යන විට එහි වේගය $\frac{3u}{\sqrt{5}}$ බව පෙන්වන්න.

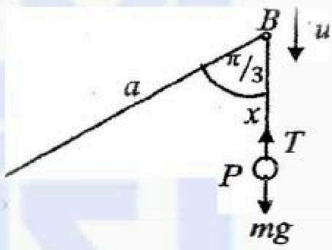
අනුරූප වෘත්ත චලිතය සැලකීමෙන්, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, P අංශුව පහළට චලනය වීමේ දී C පසු කර යෑමට ගන්නා කාලය $\sqrt{\frac{a}{2g}}\left\{\frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right\}$ බව පෙන්වන්න.

තවදුරටත්, P අංශුව එහි පහත් ම පිහිටීම වූ E වෙත ළඟා වීමට ගන්නා කාලයත්, නාදැත්ත මත තන්තුවෙන් ඇති කරනු ලබන බලයේ උපරිම විශාලත්වයත් සොයන්න.

P අංශුවට $F = ma$ යොදමු

$\downarrow \; mg - T = m\ddot{x}$ (5)

$T = 2mg\left(\frac{x}{a}\right)$, $\because$ ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $= 2mg$ (5)



T ඉවත් කිරීමෙන් හා m වලින් බෙදීමෙන

$g = \ddot{x} + \frac{2g}{a}x$ (5) හෝ $\ddot{x} + \frac{2g}{a}\left(x - \frac{a}{2}\right) = 0$ (5)

$\ddot{X} + \omega^2 X = 0$, මෙහි $X = x - \frac{a}{2}$ හා $\omega^2 = \frac{2g}{a}$ වේ. (5)

25

සරල අනුවර්තීය චලිතයේ(SHM) C කේන්ද්‍රය: $X = 0 \Rightarrow x = \frac{a}{2} = BC$ (5)

SHM සමීකරණයේ උපකල්පිත විසඳුම, $\dot{X}^2 = \omega^2\left(A^2 - X^2\right)$,

මෙහි A යනු චලිතයෙ විස්තාරය වේ.

ආරම්භයේදී $x = 0$ වන විට $X = -\frac{a}{2}$ (5) හා $\dot{x} = \dot{X} = \sqrt{\frac{5ga}{8}} = u$ වේ. (5)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

දී ඇති ආකාරයේ විසඳුමට ආදේශයෙන්

$$\frac{5ga}{8} = \frac{2g}{a}\left[A^2 - \left(-\frac{a}{2}\right)^2\right] \quad (5)$$

$$\frac{5a^2}{16} + \frac{a^2}{4} = A^2 = \frac{9a^2}{16}$$

A ධන නිසා , $A = \frac{3a}{4}$. (5)

එනම්, විස්තරය $= \frac{3a}{4}$ (5)

තන්තුවේ උපරිම විතතිය $\Rightarrow \dot{X} = 0 \Rightarrow X = A$ එනම් $x - \frac{a}{2} = \frac{3a}{4} \Rightarrow x = \frac{5a}{4}$. (5)

$\dot{X}^2 = \omega^2\left(A^2 - X^2\right)$, මෙහි $A = \frac{3a}{4}$

කේන්ද්‍රය $(X = 0)$ පසුකර යනවිට අංශුවේ වේගය V,

$$V^2 = \omega^2 A^2 = \frac{2g}{a} \cdot \frac{9a^2}{16} \Rightarrow V = 3\sqrt{\frac{ga}{8}} \quad (5) \quad (5)$$

තවද, $u^2 = \frac{5ga}{8}$

$$\therefore \left(\frac{V}{u}\right)^2 = \frac{9ga}{8} \cdot \frac{8}{5ga} \quad (5)$$

$$\Rightarrow \quad V = \frac{3u}{\sqrt{5}} \quad (5)$$

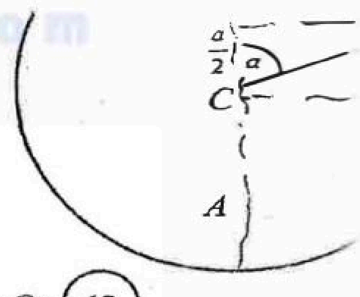
α යනු, $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ වූ සුළු කෝණය ලෙස ගනිමු. (5)

C කේන්ද්‍රය පසුකර යෑමට අංශුව ගත කරන කාලය t_0,

$\omega t_0 = \frac{\pi}{2} - \alpha \Rightarrow t_0 = \frac{1}{\omega}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ මගින් දෙනු ලැබේ.

(5) (5)

එනම් $t_0 = \sqrt{\frac{a}{2g}}\left\{\frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right\}$ (5)



රූප සටහනට: (15)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

පහත්ම පිහිටීමට ළඟා වීමට අංශුව ගන්නා කාලය t_1,

$\omega t_1 = \pi - \alpha \Rightarrow t_1 = \frac{1}{\omega}(\pi - \alpha)$ මඟින් දෙනු ලැබේ.

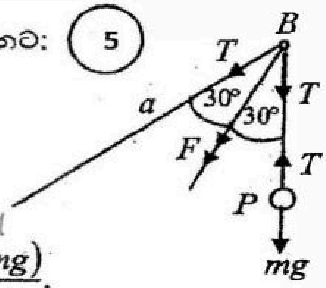
(5) (5)

එනම් $t_1 = \sqrt{\frac{a}{2g}}\left\{\pi - \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right\}$ (5)

15

උපරිම විතතිය $= \frac{a}{2} + A = \frac{5a}{4}$.

රූප සටහනට: (5)



උපරිම ආතතිය, $T_{\max} = (2mg)\left(\frac{5a/4}{a}\right) = \frac{5mg}{2}$ (5)

(5)

නාදැත්ත මත බලයෙහි උපරිම විශාලත්වය $= 2T_{\max}\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = T_{\max}\sqrt{3} = \sqrt{3}\,\frac{5mg}{2}$.

(5)

20

වෙනත් ක්‍රමයක්

$X = x - \frac{a}{2} = \alpha\cos\omega t + \beta\sin\omega t$ ..(i) මෙහි $\omega^2 = \frac{2g}{a}$, ආකාරයේ විසඳුමක් උපකල්පනය කරමු.

අවකලනයෙන් $\dot{X} = \dot{x} = -\alpha\omega\sin\omega t + \beta\omega\cos\omega t$, ……………………..(ii) (5)

ආරම්භයේදී ($t = 0$ වන විට), $x = 0 \Rightarrow \dot{x} = u = \sqrt{\frac{5ga}{8}}$ වේ.

(5) (5)

$\Rightarrow -\frac{a}{2} = \alpha$ (5) හා $u = \beta\omega$, එනම් $\beta = \frac{u}{\omega}$ (5)

විසඳුම: $x = \frac{a}{2}(1 - \cos\omega t) + \frac{u}{\omega}\sin\omega t$,

$\Rightarrow \dot{x} = \frac{a\omega}{2}\sin\omega t + u\cos\omega t$. (5)

30

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

14. xy තලයේ O මූලය අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික, සුපුරුදු අංකනයෙන්, පිළිවෙළින් $\mathbf{i}+\mathbf{j}$, $2\mathbf{i}+3\mathbf{j}$ හා $4\mathbf{i}+2\mathbf{j}$ වේ. $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ වන පරිදි BC මත පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න. $ABCD$ ත්‍රපීසියමෙහි D ශීර්ෂය ගනු ලබන්නේ BC පාදය AD ට සමාන්තර වන පරිදි ද PD, AC ට ලම්බ වන පරිදි ද වේ. D හි පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{11}{3}\mathbf{i} - \frac{1}{3}\mathbf{j}$ බව පෙන්වන්න.

දුර මීටරවලින් ද බලය නිව්ටනවලින් ද මනින ලද, xy-තලයෙහි බල හතරකින් සමන්විත වන පද්ධතියක් පහත දැක්වෙන පරිදි දී ඇත.

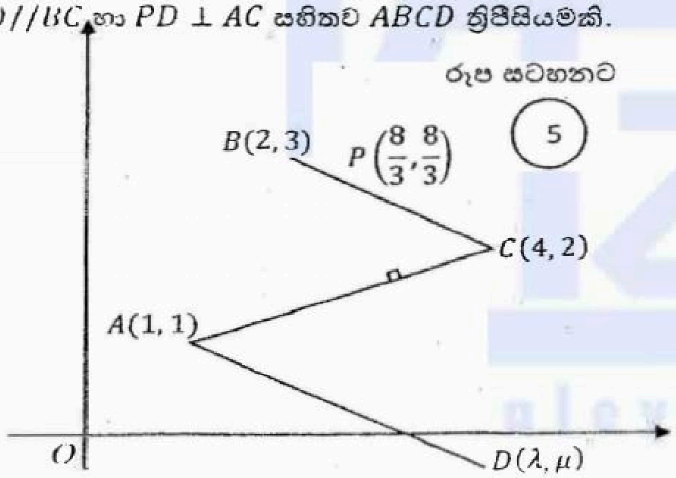
ක්‍රියා ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක	බලයේ Ox, Oy දිශාවලට සංරචක
$B(2,3)$	$\mathbf{F}_1 = (2,4)$
$C(4,2)$	$\mathbf{F}_2 = (3,1)$
$L(0,1)$	$\mathbf{F}_3 = (6,12)$
$M(0,6)$	$\mathbf{F}_4 = (9,3)$

(i) $\mathbf{F}_1$ හා $\mathbf{F}_2$ බල දෙකෙහි O මූලය හා $A(1,1)$ ලක්ෂ්‍යය වටා ඝූර්ණ ශූන්‍ය වන බව පෙන්වා, **එනයින්**, $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$, $\mathbf{F}_3$ හා $\mathbf{F}_4$ බල හතරෙන් සමන්විත පද්ධතියෙහි O මූලය වටා G ඝූර්ණය දක්ෂිණාවර්ත අතට $60\ \mathrm{N\,m}$ විශාලත්වයෙන් යුතු වන බව පෙන්වන්න.

(ii) පද්ධතියෙහි $\mathbf{R}$ සම්ප්‍රයුක්තයේ (X, Y) සංරචක සොයන්න. **එනයින්**, $\mathbf{R}$ හි ක්‍රියා රේඛාවට y අක්ෂය හමු වන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

(iii) බල පද්ධතිය $(0,-4)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි ක්‍රියා කරන තනි බලයකින් හා ඝූර්ණය G_1 වූ යුග්මයකින් ප්‍රතිස්ථාපනය කරනු ලැබේ. G_1 හි අගය සොයා, තනි බලයේ ක්‍රියා රේඛාව $D\left(\frac{11}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන බව පෙන්වන්න.

$AD//BC$ හා $PD \perp AC$ සහිතව $ABCD$ ත්‍රපීසියමකි.



රූප සටහනට (5)

$\overrightarrow{OA} = \underline{i} + \underline{j}$

$\overrightarrow{OB} = 2\underline{i} + 3\underline{j}$

$\overrightarrow{OC} = 4\underline{i} + 2\underline{j}$

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OC}$ (5)

$= -(2\underline{i} + 3\underline{j}) + 4\underline{i} + 2\underline{j}$

$= 2\underline{i} - \underline{j}$ (5)

$\overrightarrow{BP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{3}\left(2\underline{i} - \underline{j}\right)$ (5) එම නිසා $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BP} = \frac{8}{3}\left(\underline{i} + \underline{j}\right)$ (5)

$\overrightarrow{AD}//\overrightarrow{BC} \Longrightarrow \frac{\lambda-1}{2} = \frac{\mu-1}{-1} \Longrightarrow \lambda - 1 = 2(1-\mu)$

(5)

$\lambda + 2\mu = 3 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$ (5)

$\overrightarrow{PD} \perp \overrightarrow{AC} \Longrightarrow \overrightarrow{PD}.\overrightarrow{AC} = 0,$ $\overrightarrow{AC} = 3\underline{i} + \underline{j}$

(5) (5)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(5)

$\Rightarrow \left\{\left(\frac{8}{3}-\lambda\right)\underline{i}+\left(\frac{8}{3}-\mu\right)\underline{j}\right\}.\left(3\underline{i}+\underline{j}\right)=0 \qquad 8-3\lambda+\frac{8}{3}-\mu=0$ (5)

$9\lambda+3\mu=32$ .... (2) (5)

(1) න් $\Rightarrow 9\lambda+18\mu=27$

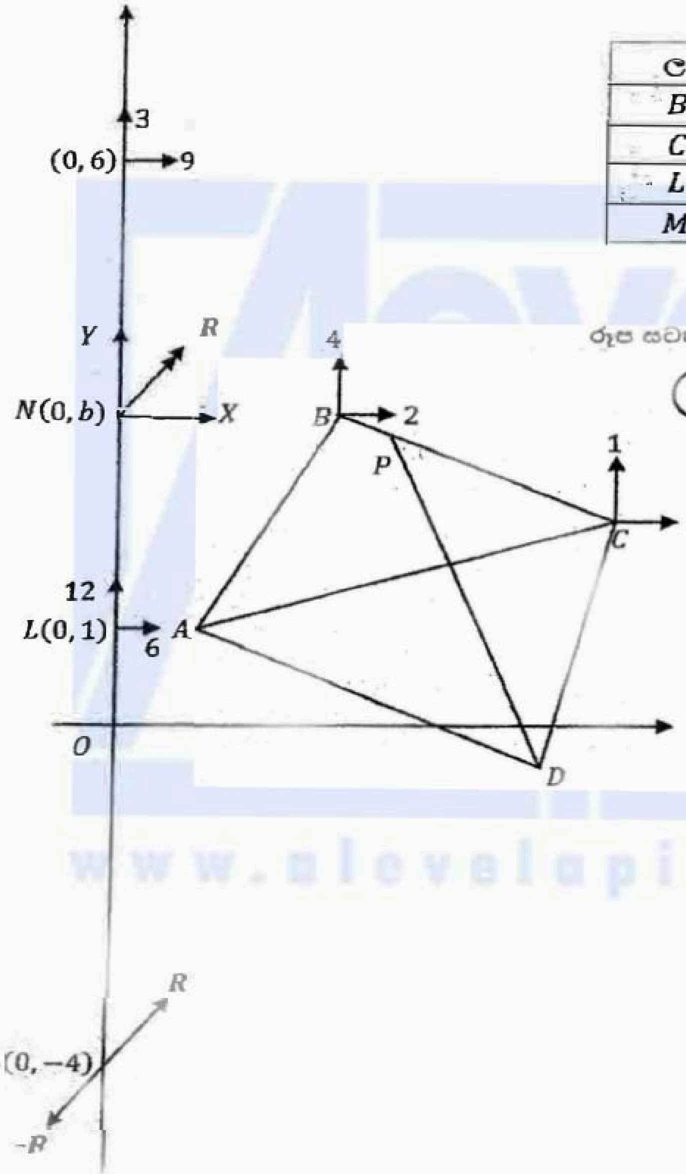
$15\mu=-5\Rightarrow\mu=-\frac{1}{3}$ (5) හා $\lambda=3+\frac{2}{3}=\frac{11}{3}$ (5)

එනයින් $\overrightarrow{OD}=\frac{11}{3}\underline{i}-\frac{1}{3}\underline{j}$

70

බල පද්ධතිය

ලක්ෂ්‍යය	බලය
$B(2,3)$	$\boldsymbol{F_1}=(2,4)$
$C(4,2)$	$\boldsymbol{F_2}=(3,1)$
$L(0,1)$	$\boldsymbol{F_3}=(6,12)$
$M(0,6)$	$\boldsymbol{F_4}=(9,3)$



රූප සටහනට (10) (බල 4ම)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

I. O වටා F_1 හා F_2 හි ඝූර්ණය $\circlearrowleft = 2.4 - 3.2 + 4.1 - 2.3 = 0$ (5)

A වටා F_1 හා F_2 හි ඝූර්ණය $\circlearrowleft = 1.4 - 2.2 + 3.1 - 1.3 = 0$ (5)

F_1, F_2, F_3 හා F_4 හිO වටා ඝූර්ණය= F_3 හා F_4 හි O වටා ඝූර්ණය (5)

$= 6.1 + 9.6 = 60 \curvearrowright Nm$

(5)

30

II. පද්ධතිය විභේදනයෙන්

$\rightarrow X = 2 + 3 + 6 + 9 = 20$ (5)

$\uparrow Y = 4 + 1 + 12 + 3 = 20$ (5)

(5)

(X, Y) සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙහි ක්‍රියා රේඛාව හා $y -$ අක්ෂය ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය $N(0, b)$ යැයි ගනිමු.

එවිට, O මූලය වටා ඝූර්ණ ගැනීමෙන්

$O \curvearrowright \qquad b.X = 60 \Rightarrow b = \frac{60}{X} = \frac{60}{20} = 3$ (5)

(5)

$\therefore N$ ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (0,3) වේ .

25

III. $(0, -4)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි $-\mathbf{R}$ හා $\mathbf{R}$ බල ඇතුළත් කරන්න

එවිට පද්ධතිය, $(0, -4)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි $\mathbf{R}$ බලයක් සමග

ඝූර්ණය $G = X.(3 + 4) = 140\,Nm \circlearrowleft$ වූ යුග්මයකට තුල්‍ය වේ.

(5) (5)

E = $(0, -4)$ හි තනි $\mathbf{R}$ බලයේ ක්‍රියා රේඛාව $y = x - 4$ වේ. (5)

$\frac{-1}{3} = \frac{11}{3} - 4$ බැවින් $D\left(\frac{11}{3}, \frac{-1}{3}\right)$ හි ඛණ්ඩාංක මෙම සමීකරණය සපුරාලයි. (5)

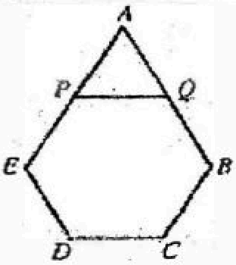
$\Longrightarrow$ තනි බලයෙ ක්‍රියා රේඛාව මත D පිහිටයි. (5)

25

DE අනුක්‍රමණය −1 බව පෙන්නුවොත් ලකුණු දෙන්න.

Alevel Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

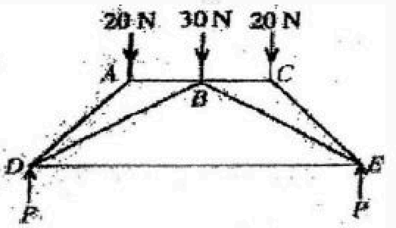
15. (a) AB, BC, CD, DE හා EA ඒකාකාර බර දඬු පහක් ඒවායේ කෙළවරවලින් සුමට ලෙස සන්ධි කර රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ABCDE පංචාස්‍රයක හැඩයේ රාමු සැකිල්ලක් සාදා ඇත. BC, CD හා DE දඬු එක එකක දිග l හා බර W වේ. AB හා EA දඬු එක එකක දිග $2l$ හා බර $2W$ වේ. දිග l වූ සැහැල්ලු PQ දණ්ඩක P හා Q දෙකෙළවර පිළිවෙළින් AE හා AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යවලට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. A සන්ධියෙන් නිදහස් ලෙස එල්ලා ඇති රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතව පිහිටයි.



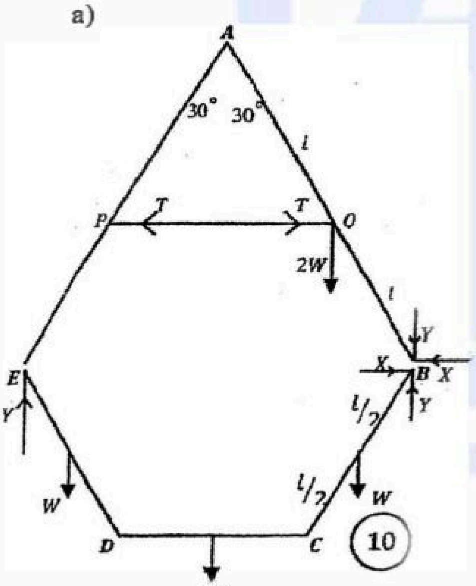
B සන්ධියෙහි ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් හා සිරස් සංරචක වන (X, Y) ද PQ සැහැල්ලු දණ්ඩේ තෙරපුම වන T ද නිර්ණය කිරීම සඳහා ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න. ඒනයින්, B සන්ධියේ දී AB දණ්ඩ මත ප්‍රතික්‍රියාව සොයා, $T = \frac{7W}{\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න.

(b) සැහැල්ලු දඬු හතක් ඒවායේ කෙළවරවලින් නිදහස් ලෙස සන්ධි කර සාදා ගත් **සමමිතික** රාමු සැකිල්ලක් රූපයේ දැක්වේ. AB, BC හා DE දඬු තිරස් වේ. $A\hat{D}E = C\hat{E}D = 45^\circ$ සහ $B\hat{D}E = B\hat{E}D = 30^\circ$ වේ. රාමු සැකිල්ලට A, B හා C සන්ධිවල දී රූපයේ දැක්වෙන භාර යොදා ඇති අතර, D හා E සන්ධිවල දී සමාන P සිරස් බලවලින් ආධාර කර ඇත. P හි අගය සොයන්න.

බෝ අංකනය යෙදීමෙන්, A හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහන් එක ම රූපයක අඳින්න. **ඒනයින්**, AD, AB, DE හා DB දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා, ඒවා ආතති හෝ තෙරපුම් වශයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.



a)



BC, CD, DE දඬු සඳහා

සිරස් විභේදනයෙන්,

$\uparrow 2Y = 3W \Rightarrow Y = \frac{3W}{2}$ (10)

CB සඳහා, C වටා ඝූර්ණ ගැනීමෙන්

$C\curvearrowright \quad -X.l\frac{\sqrt{3}}{2} + Y.\frac{l}{2} = W\frac{l}{4}$ (10)

$X\sqrt{3} = \frac{3}{2}W - \frac{1}{2}W = W$ (5)

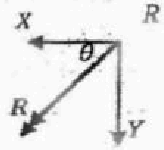
AB දණ්ඩ සඳහා A වටා ඝූර්ණ ගැනීමෙන්,

$T.l\frac{\sqrt{3}}{2} = Xl\sqrt{3} + Y.l + 2W.\frac{l}{2}$ (15)

$T\frac{\sqrt{3}}{2} = W + \frac{3}{2}W + W = \frac{7}{2}W$ (5)

$T = \frac{7W}{\sqrt{3}}$ (5)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.



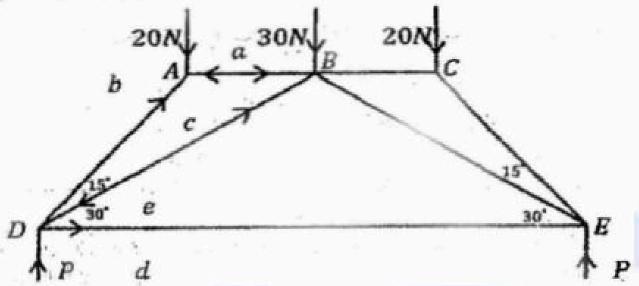
$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = W\sqrt{\left(\frac{1}{3} + \frac{9}{4}\right)} = W\sqrt{\frac{31}{12}}$$ (5)

$$\tan\theta = \frac{Y}{X} = \frac{3W/_2}{W/_{\sqrt{3}}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$ (5)

B හි ප්‍රතික්‍රියාව , තිරස සමග $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ කෝණයක් සාදයි. (5)

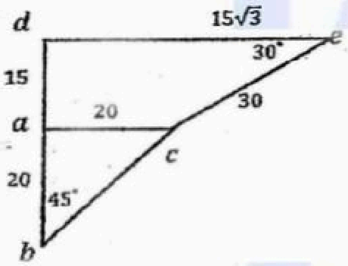
15

b) රූප සටහන



$2P = 70$

$P = 35\ N$ (5)



ප්‍රත්‍යාබල සටහනට

(25)

10

1 – 10

2 – 20

$bc = 20\sqrt{2}\ N$ (5) : AD හි තෙරපුම (5)

$ca = 20\ N$ (5) : AB හි තෙරපුම (5)

$de = 20 + 15\sqrt{3}\ N$ (10) : DE හි ආතතිය (5)

$ec = 30\ N$ (5) : DB හි තෙරපුම (5)

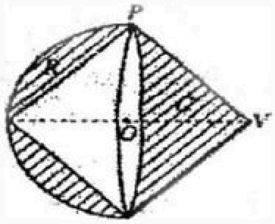
75

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

16. ආධාරකයේ අරය a හා උස h වූ ඒකාකාර ඝන කේතුවක හා අරය a වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රවල පිහිටුම්, අනුකලනය භාවිතයෙන් සොයන්න.

ස්කන්ධය M, අරය a හා කේන්ද්‍රය O වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයකින්, ආධාරකයේ අරය a හා උස a වූ C නම් ඝන වෘත්ත කේතුව ඉවත් කිරීමෙන් ලැබෙන ඝන වස්තුව R යැයි ගනිමු. M ඇසුරෙන් R ඝන වස්තුවේ ස්කන්ධය, හා ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.

ඊළඟට රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට S සංයුක්ත වස්තුවක් සෑදෙන පරිදි C ඝන කේතුව R ඝන වස්තුවට සම්බන්ධ කරනු ලැබේ. මෙහි දී C හි ආධාරකයේ වෘත්තාකාර දාරය R හි ගැටියට දැඩි ලෙස සම්බන්ධ කරනු ලබන්නේ ගැටියේ O කේන්ද්‍රය C හි ආධාරකයේ කේන්ද්‍රය සමඟ සම්පාත වන පරිදි ය.



S සංයුක්ත වස්තුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය G, එහි සමමිතික අක්ෂය මත, ආධාරකවල පොදු කේන්ද්‍රය වන O සිට $\frac{a}{8}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

(a) S සංයුක්ත වස්තුව, දාරයේ P ලක්ෂ්‍යයකින් නිදහස් ලෙස එල්ලනු ලැබේ.

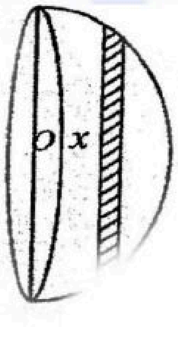
(i) සමමිතික අක්ෂය වන OV හි තිරසට ආනතිය සොයන්න; මෙහි V යනු C හි ශීර්ෂයයි.

(ii) සමමිතික අක්ෂය තිරස් ලෙස තබා ගැනීම සඳහා V ශීර්ෂයට ඈඳිය යුතු අංශුවේ m ස්කන්ධය, M ඇසුරෙන් සොයන්න.

(b) V හි දී සම්බන්ධ කරන ලද m ස්කන්ධය ද සහිත S සංයුක්ත වස්තුව, එල්ලන ලද ලක්ෂ්‍යයෙන් ඉවත් කර, එහි අර්ධගෝලීය පෘෂ්ඨය අවල සුමට තිරස් තලයක ඇතිව සමතුලිතව තබනු ලැබේ. OV අක්ෂය හා උඩු අත් සිරස අතර කෝණයේ අගය සොයන්න.

<u>අරය a වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලය</u>

ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, සමමිතික අක්ෂය මත O කේන්ද්‍රයේ සිට $\overline{x}_1$ දුරකින් පිහිටයි.



$$\left(\frac{2}{3}\pi a^3\rho\right)\overline{x}_1 = \int_0^a x.\rho\pi\left(a^2-x^2\right)dx \quad (5)$$

(5)

$$= \rho\pi\left[-\frac{\left(a^2-x^2\right)^2}{4}\right]_0^a \quad (5)$$

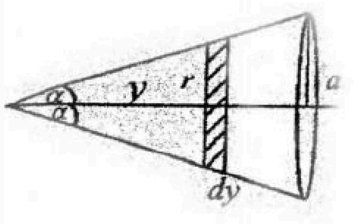
$$= \frac{\rho\pi a^4}{4} \quad (5)$$

$$\overline{x}_1 = \frac{3}{8}a \quad (5)$$

25

<u>ආධාරක අරය a හා උස h වූ, ඒකාකාර ඝන කේතුව</u>

ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, සමමිතික අකෂය මත V ශීර්ෂයේ සිට $\overline{y}_1$ දුරකින් පිහිටයි, මෙහි



$$\left(\frac{1}{3}\pi a^2\rho h\right)\overline{y}_1 = \int_0^h y.\rho\pi\left(\frac{ay}{h}\right)^2 dy \quad \left(\tan\alpha = \frac{a}{h}, r = y\tan\alpha\right)$$

(5) (5) (5)

$$= \frac{\rho\pi a^2}{h^2}\left[\frac{y^4}{4}\right]_0^h \quad (5)$$

$$\Rightarrow \overline{y}_1 = \frac{3h}{4}. \quad (5)$$

ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයේ සිට ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට දුර $= \frac{1}{4}h$

25

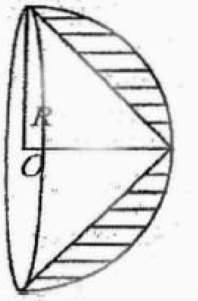
A level Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

ඉකිරි වූ ඝන වස්තුව R

R ඝනයේ ස්කන්ධය $=\frac{2}{3}\pi a^3\rho-\frac{1}{3}\pi a^2.a\rho$ (5)

$=M-\frac{M}{2}=\frac{M}{2}$ (5)

O සිට R හි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට දුර $\bar{x}$



(5) (5)

$$\bar{x}=\frac{M\frac{3}{8}a-\frac{M}{2}\frac{a}{4}}{M/2}=\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\right)a=\frac{a}{2}$$ (5)

25

$OG\equiv\bar{\bar{x}}$ යැයි ගනිමු. මෙහි G යනු S සංයුක්ත වස්තුවෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය වේ.

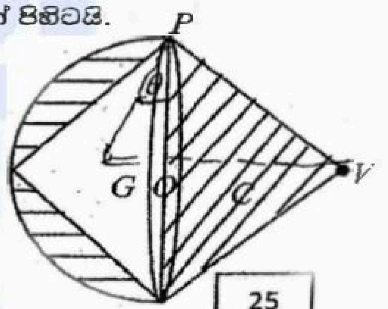
$$M\bar{\bar{x}}=\frac{M}{2}\left(\frac{a}{2}\right)-\frac{M}{2}\left(\frac{a}{4}\right)\Rightarrow\bar{\bar{x}}=\frac{a}{8}$$ (5)

(5) (15)

25

a) i) P ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලූ විට, G ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය Pට සිරස්ව පහළින් පිහිටයි.
PO හා සිරස අතර θ කෝණය

$\tan\theta=\frac{a/8}{a}=\frac{1}{8}$ මගින් දෙනු ලබේ. (10)



ii) OV තිරස්ව තැබීම සඳහා (Pට සිරස්ව පහළින් O පිහිටීමට)

$\overset{\curvearrowright}{O}$ $mg.\,a=Mg\left(\frac{a}{8}\right)\Rightarrow m=\frac{M}{8}$ (5)

(10)

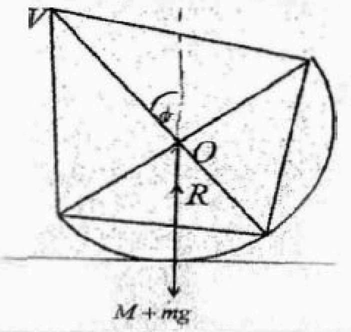
25

(10) (10) (10)

b) $-\frac{\pi}{2}\leq\phi\leq\frac{\pi}{2}$ තුළ සියලු ϕ සඳහා

$R=(M+m)g$

එහි OV අක්ෂය, සිරසට ඕනෑම සුළු කෝණයක් ආනතව නිශ්චලව තිබේ.



රූප සටහනට (5)

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

17.(a) මිනිසෙක්, යතුරු පැදිය, පා පැදිය හෝ පයින් යන ගමන් ක්‍රම තුනෙන් එකක් පමණක් යොදා ගනිමින්, නිශ්චිත මාර්ගයක් දිගේ අනතුරු සහිත ගමනක් යයි.

මිනිසා මෙම ගමනාගමන ක්‍රම යොදා ගැනීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙළින් p, $2p$ හා $3p$ වේ නම්, p හි අගය සොයන්න.

ඔහු මෙම ගමනාගමන ක්‍රම යොදා ගැනීමේ දී අනතුරක් සිදු වීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙළින් $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ සහ $\frac{1}{20}$ වේ නම්, ඕනෑ ගමනක දී අනතුරක් සිදු වීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.

ගමන අතරතුරේ දී මිනිසාට අනතුරක් සිදු වී ඇති බව දන්නේ නම්, මිනිසා ගමන් කරමින් සිටියේ,
(i) යතුරු පැදියෙන්, (ii) පා පැදියෙන්, (iii) පයින්
වීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.
වඩාත් ආරක්ෂිත වූයේ කුමන ගමනාගමන ක්‍රමය ද? ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

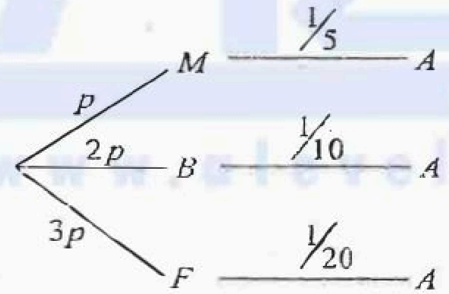
(b) කාර්මික විද්‍යාල සිසුන් 100 ක කණ්ඩායමක් මගින් මාර්ගයක වන්තාර කොටසක් මනින ලද අතර, ඔවුන්ගේ මිනුම් පහත සඳහන් සංඛ්‍යාත වගුවේ දක්වා ඇත.

දිග (මීටර) x	99.8	99.9	100.0	100.1	100.2	100.3	100.4
සංඛ්‍යාතය f	5	7	12	33	25	15	3

උපකල්පිත මධ්‍යනය $\bar{x}_a = 100.1$ හා $d = 0.1$ සඳහා, $y = \frac{x - \bar{x}_a}{d}$ පරිණාමනය භාවිතයෙන්, අනුරූප y හා y^2 අගයන් ඇතුළත් කෙරෙන පරිදි ඉහත වගුව විස්තීරණය කරන්න. y හි මධ්‍යනය සොයා, එනයින් x හි මධ්‍යනය 100.123 බව පෙන්වන්න.

$\sqrt{1.917} \sim 1.385$ බව ගනිමින්, සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමනය, ආසන්න වශයෙන් දශමස්ථාන තුනකට නිවැරදි ව, ගණනය කරන්න.

a) $M =$ යතුරුපැදියෙන් ගමන යෑම
$B =$ පා පැදියෙන් ගමන යෑම
$F =$ පා ගමනින් යෑම
$A =$ අනතුරක් වීම



M, B හා F සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර හා නිරවශේෂ බැවින්,

$P(M) + P(B) + P(F) = 1$ (5)

$\Rightarrow p + 2p + 3p = 1$ එනම් $p = \frac{1}{6}$ (5)

10

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

දැන්,

$$P(A) = P(M \cap A) + P(B \cap A) + P(F \cap A) \quad (5)$$

$$= P(A \mid M) \cdot P(M) + P(A \mid B).P(B) + P(A \mid F).P(F) \quad (5)$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{10} + \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{20} \quad (15)$$

$$= \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{40} = \frac{4+4+3}{120} = \frac{11}{120}. \quad (5)$$

30

(i) $P(M \mid A) = \frac{P(M \cap A)}{P(A)} = \frac{1/30}{11/120} = \frac{4}{11}$ (5) (5)

(ii) $P(B \mid A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{1/30}{11/120} = \frac{4}{11}$ (5)

(iii) $P(F \mid A) = \frac{P(F \cap A)}{P(A)} = \frac{1/40}{11/120} = \frac{3}{11}$ (5)

අනතුරක් සිදුවීමේ අඩුතම සම්භාවිතාව, මිනිසා පා ගමනින් යන විටදීය; ඒ අනික් සම්භාවිතා ඊට වඩා වැඩි බැවිනි. (5)

∴ ආරක්ෂිතම ගමනාගමන ක්‍රමය පා ගමනයි.. (5)

30

b) x = මහා මාර්ග කොටසේ දිග, මීටර වලින්.

x	99.8	99.9	100.0	100.1	100.2	100.3	100.4
සංඛ්‍යාතය f	5	7	12	33	25	15	3

පරිණාමනය:

$$y = \frac{x - \bar{x}_o}{d} = \frac{x - 100.1}{0.1} \quad (5)$$

විස්තෘත වගුව:

y	-3	-2	-1	0	1	2	3
y^2	9	4	1	0	1	4	9

(10) (5)

Alevel අපි උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$\sum fy = -15-14-12+0+25+30+9 = -41+64 = 23$ (5)

y හි මධ්‍යනාය:

$\bar{y} = \frac{1}{100}\sum fy = 0.23$ (5)

$x = \bar{x}_a + dy \Rightarrow \bar{x} = \bar{x}_a + d\bar{y}$ (5)

$\therefore$ x හි මධ්‍යනාය: $\bar{x} = 100.1 + (0.1)0.23 = 100.123$

(5)

40

y හි විචලතාව,

$S_y^{\,2} = \frac{1}{100}\sum fy^2 - \bar{y}^2$ (5) හා

$\sum fy^2 = 45+28+12+0+25+60+27 = 85+85+27 = 197$ (5)

$\frac{1}{100}\sum fy^2 = 1.97,$ (5) $\bar{y}^2 = (0.23)^2 = 0.0529$ (5)

$\therefore$ y හි විචලතාව $= 1.97 - 0.0529 = 1.917$ (5)

ඒකජ සම්බන්ධය: $x = dy + \bar{x}_a$

$Var(X) = d^2 Var(Y),\ d = 0.1$

$S_x^{\,2} = d^2 S_y^{\,2}$ (5)

$\therefore Var(X) = (0.1)^2 1.917$

$Var(X)$ හි වර්ග මූලය ගැනීමෙන්

x හි සම්මත අපගමනය $= S_x = (0.1)\sqrt{1.917}$ (5)

$S_x = 0.1385$; $(\because \sqrt{1.917} \approx 1.385)$

x හි සම්මත අපගමනය $0.1385m \approx 0.139m$ (5)

40

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .