



ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව  
අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2018

## 10 - සිංද්‍රත්ත ගණිතය II

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

මෙය උත්තරපල පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා සකස් කෙරිණි.  
පරීක්ෂක සා: කවරු සැමරක්වෙතුවත්ම එවැනිදී ඉදිරිපත්වන අදහස් අනුවමෙහි වෙනස්කම් කරනු ලැබේ.

අවසන් සංශෝධන ඇතුළත් කළ යුතුව ඇත.

### උත්තරපත්‍ර ලකුණු කිරීමේ පොදු කිලිසිය ක්‍රම

උත්තරපත්‍ර ලකුණු කිරීමේ හා ලකුණු ලැයිස්තුවල ලකුණු සටහන් කිරීමේ සම්මත ක්‍රමය අනුගමනය කිරීම අනිවාර්යයෙන් ම කළ යුතුවේ. ඒ සඳහා පහත පරිදි කටයුතු කරන්න.

1. උත්තරපත්‍ර ලකුණු කිරීමට රකුපාට බෝල් පොයින්ට් පැනක් පාවිච්චි කරන්න.
2. සෑම උත්තරපත්‍රයකම මුල් පිටුවේ සහකාර පරීක්ෂක සංකේත අංකය සටහන් කරන්න.  
ඉලක්කම් ලිවීමේදී පැහැදිලි ඉලක්කමෙන් ලියන්න.
3. ඉලක්කම් ලිවීමේදී වැරදුණු අවස්ථාවක් වේ නම් එය පැහැදිලිව තනි ඉරකින් කපා හැර නැවත ලියා කෙටි අත්සන යොදන්න.
4. එක් එක් ප්‍රශ්නයේ අනු කොටස්වල පිළිතුරු සඳහා හිමි ලකුණු ඒ ඒ කොටස අවසානයේ  $\Delta$  ක් තුළ ලියා දක්වන්න. අවසාන ලකුණු ප්‍රශ්න අංකයන් සමඟ  $\square$  ක් තුළ, භාග සංඛ්‍යාවක් ලෙස ඇතුළත් කරන්න. ලකුණු සටහන් කිරීම සඳහා පරීක්ෂකවරයාගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා ඇති නිරූපිත භාවිත කරන්න.

උදාහරණ : ප්‍රශ්න අංක 03

|       |       |   |               |
|-------|-------|---|---------------|
| (i)   | ..... | ✓ | $\frac{4}{5}$ |
| (ii)  | ..... | ✓ | $\frac{3}{5}$ |
| (iii) | ..... | ✓ | $\frac{3}{5}$ |

03

(i)  $\frac{4}{5}$  + (ii)  $\frac{3}{5}$  + (iii)  $\frac{3}{5}$  =  $\frac{10}{15}$

### බහුවරණ උත්තරපත්‍ර : (කවුළු පත්‍රය)

1. අ.පො.ස. (උ.පෙළ) හා තොරතුරු තාක්ෂණ විභාගය සඳහා කවුළු පත්‍ර දෙපාර්තමේන්තුව මගින් සකසනු ලැබේ. නිවැරදි වරණ කපා ඉවත් කළ සහතික කරන ලද කවුළුපතක් ඔබ වෙත සපයනු ලැබේ. සහතික කළ කවුළු පත්‍රයක් භාවිත කිරීම පරීක්ෂකගේ වගකීම වේ.
2. අනතුරුව උත්තරපත්‍ර හොඳින් පරීක්ෂා කර බලන්න. කිසියම් ප්‍රශ්නයකට එක් පිළිතුරකට වඩා ලකුණු කර ඇත්නම් හෝ එකම පිළිතුරක්වත් ලකුණු කර නැත්නම් හෝ වරණ කැපී යන පරිදි ඉරක් අඳින්න. ඇතැම් විට අයදුම්කරුවන් විසින් මුලින් ලකුණු කර ඇති පිළිතුරක් මකා වෙනත් පිළිතුරක් ලකුණු කර තිබෙන්නට පුළුවන. එසේ මකන ලද අවස්ථාවකදී පැහැදිලිව මකා නොමැති නම් මකන ලද වරණය මත ද ඉරක් අඳින්න.
3. කවුළු පත්‍රය උත්තරපත්‍රය මත නිවැරදිව තබන්න. නිවැරදි පිළිතුර ✓ ලකුණකින් ද, වැරදි පිළිතුර 0 ලකුණකින් ද වරණ මත ලකුණු කරන්න. නිවැරදි පිළිතුරු සංඛ්‍යාව ඒ ඒ වරණ තීරයට පහළින් ලියා දක්වන්න. අනතුරුව එම සංඛ්‍යා එකතු කර මුළු නිවැරදි පිළිතුරු සංඛ්‍යාව අදාළ කොටුව තුළ ලියන්න.

**ව්‍යුහගත රචනා හා රචනා උත්තරපත්‍ර :**

1. අයදුම්කරුවන් විසින් උත්තරපත්‍රයේ නිශ්චිත කඩ ආකි පිටු හරහා රේඛාවක් ඇඳ කපා හරින්න. වැරදි හෝ නුසුදුසු පිළිතුරු යටින් ඉරි අඳින්න. ලකුණු දිය හැකි ස්ථානවල හරි ලකුණු යෙදීමෙන් එය පෙන්නවන්න.
2. ලකුණු සටහන් කිරීමේදී ඔව්ල්ලන්ඩ් කඩදාසියේ දකුණු පස තීරය යොදා ගත යුතු වේ.
3. සෑම ප්‍රශ්නයකටම දෙන මුළු ලකුණු උත්තරපත්‍රයේ මුල් පිටුවේ ඇති අදාළ කොටුව තුළ ප්‍රශ්න අංකය ඉදිරියෙන් අංක දෙකකින් ලියා දක්වන්න. ප්‍රශ්න පත්‍රයේ දී ඇති උපදෙස් අනුව ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීම කළ යුතුවේ. සියලු ම උත්තර ලකුණු කළ ලකුණු මුල් පිටුවේ සටහන් කරන්න. ප්‍රශ්න පත්‍රයේ දී ඇති උපදෙස්වලට පටහැනිව වැඩි ප්‍රශ්න ගණනකට පිළිතුරු ලියා ඇත්නම් අඩු ලකුණු සහිත පිළිතුරු කපා ඉවත් කරන්න.
4. පරීක්ෂාකාරීව මුළු ලකුණු ගණන එකතු කොට මුල් පිටුවේ නියමිත ස්ථානයේ ලියන්න. උත්තරපත්‍රයේ සෑම උත්තරයකටම දී ඇති ලකුණු ගණන උත්තරපත්‍රයේ පිටු පෙරළමින් නැවත එකතු කරන්න. එම ලකුණ ඔබ විසින් මුල් පිටුවේ එකතුව ලෙස සටහන් කර ඇති මුළු ලකුණට සමාන දැයි නැවත පරීක්ෂා කර බලන්න.

**ලකුණු ලැයිස්තු සකස් කිරීම :**

මෙවර සියලු ම විෂයන්හි අවසාන ලකුණු ඇගයීම් මණ්ඩලය තුළදී ගණනය කරනු නොලැබේ. එබැවින් එක් එක් පත්‍රයට අදාළ අවසාන ලකුණු වෙත වෙනම ලකුණු ලැයිස්තුවලට ඇතුළත් කළ යුතු ය. I පත්‍රයට අදාළ ලකුණු ලකුණු ලැයිස්තුවේ "I වන පත්‍රය" තීරුවේ ඇතුළත් කර අතුරෙන් ද ලියන්න. අදාළ විස්තර ලකුණු ඇතුළත් කර "II වන පත්‍රය" තීරුවේ II පත්‍රයේ අවසාන ලකුණු ඇතුළත් කරන්න. 51 වන විෂයයේ I, II හා III පත්‍රවලට අදාළ ලකුණු වෙත වෙනම ලකුණු ලැයිස්තුවල ඇතුළත් කර අතුරෙන් ද ලිවිය යුතු වේ.

\*\*\*

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2018

10 - සංයුක්ත ගණිතය  
ලකුණු වෙළීයාම

II පත්‍රය

$$A \text{ කොටස : } 10 \times 25 = 250$$

$$B \text{ කොටස : } 05 \times 150 = 750$$

$$\text{එකතුව} = 1000/10$$

$$II \text{ පත්‍රය අවසාන ලකුණ} = 100$$

36. අනෙක් දිශාවට

1. ප්‍රථම පිරිස් මෙසඟින් මත රඳා පවතින සරල නිවැරදි දිශාවට චලනය වන දෙකට එකම  $u$  වේගයෙන් චලනය වෙමින් සිටින අතර ඒවායේ ස්වල්පයෙන්  $2m$  හා  $m$  වූ  $A$  හා  $B$  ද්වය අදාළ සරල ලෙස ගැටේ. ගැටීමෙන් මොහොතකට පසු  $A$  ද්වය නිශ්චලතාවට පැමිණේ. ප්‍රකාශයේ සංදේශය  $\frac{1}{2}$  වීම ද ගැටුම් නිසා  $B$  හි සංදේශ ප්‍රවේගයෙහි වෙනස්වීම  $2mu$  වීම ද පෙන්වන්න.



සන්ධිතය  $I = \Delta(mv)$  යෙදීමෙන්

$$\rightarrow 0 = [2m(0) + mv] - [2mu - mu] \quad (5)$$

$$\Rightarrow mv = mu.$$

$$\Rightarrow v = u \quad (5)$$

නිව්ටන්ගේ ප්‍රකාශය නියමය යෙදීමෙන්:  $v - 0 = -e(-u - u) \quad (5)$

$$u = e(2u)$$

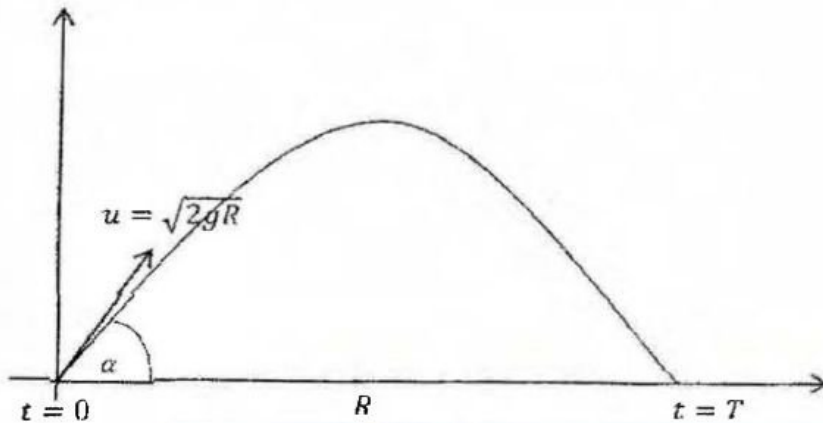
$$e = \frac{1}{2} \quad (5)$$

$B$  සඳහා  $I = \Delta(mv)$  යෙදීමෙන්:

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{ආවේගය} &= mv - m(-u) \\ &= mu + mu = 2mu. \quad (5) \end{aligned}$$

25

2. යාන්ත්‍රික බලය මගින් වූ ලක්ෂණයක සිට නිරන්තර  $\alpha$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ) කෝණයකින්  $u = \sqrt{2gR}$  ආරම්භක වේගයෙන් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණ කරනු ලැබේ. එවිට  $R$  ගැන, එම අංශු ප්‍රක්ෂේපණයේ නිරන්තර වර්ගය වේ. නිශ්චය කර ගන්න ප්‍රක්ෂේපණ දිශා දෙක අතර කෝණය  $\frac{\pi}{3}$  බව පෙන්වන්න.



$s = ut + \frac{1}{2}at^2$  යෙදීමෙන්, පියාසර කාලය  $T$ :

$$\uparrow 0 = (u \sin \alpha)T - \frac{1}{2}gT^2 \Rightarrow T = \frac{2u \sin \alpha}{g}$$

$$\rightarrow R = (u \cos \alpha) \cdot T = \frac{2u^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

$$R = 2R \sin 2\alpha; \sin 2\alpha = \frac{1}{2}$$

$$2\alpha = \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}$$

ප්‍රක්ෂේපණය කර නැති ශක්ති දෙක:

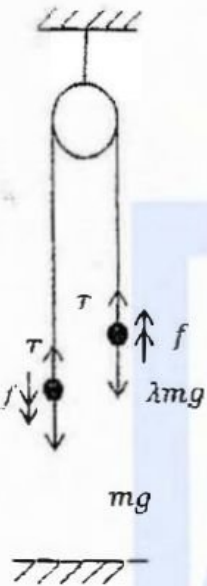
$$\alpha_1 = \frac{\pi}{12} \text{ හෝ } \alpha_2 = \frac{5\pi}{12};$$

$$\therefore \alpha_2 - \alpha_1 = \frac{\pi}{12} (5 - 1) = \frac{\pi}{3}$$

25

3. සමාන්තර තන් පද්ධතියක  $P$  අංශුවක් සහ සමාන්තර  $\lambda m$  වූ උදාහරණයක් අංශුවක් සහිතව සලකා බලන්න. පද්ධතියේ උඩින් යන සාපේක්ෂ චලිතය. තන්ගේ ස්කන්ධය අදාළ නැත. පද්ධතියේ උඩින් යන අංශුවේ චලිතය, පද්ධතියේ උඩින් යන අංශුවේ චලිතය  $\frac{1}{2}$  වන තරම් දුරක් උඩින් යන අංශුවේ චලිතය වේ.  $\lambda = \frac{1}{3}$  බව සොයන්න.

$P$  අංශුව සිරස් අක්ෂයේ සිට  $v$  චලිතයක් ගැලවී යයි සහ උදාහරණයක් සලකා බලන්න.  $P$  අංශුව සිරස් අක්ෂයේ සිට උදාහරණයක් උඩින් යන අංශුවේ චලිතය සොයන්න.



$\underline{F} = m\underline{a}$  යොදා ගත්

$P$  සඳහා:  $\downarrow \quad mg - T = m\left(\frac{g}{2}\right)$  ----- (1)

5

$Q$  සඳහා:  $\uparrow \quad T - \lambda mg = \lambda m\left(\frac{g}{2}\right)$  ----- (2)

5

(1) + (2)  $\Rightarrow (1 - \lambda)mg = (1 + \lambda)m(g/2)$

5

$\Rightarrow 2(1 - \lambda) = (1 + \lambda)$

$\lambda = \frac{1}{3}$  (5)

$Q$  ට, එහි උපරිම උසට ලඟා වීමට ගතවන කාලය  $t$  සොයන්න  
 $0 = v - g t$ . මගින් දෙන ලබයි.

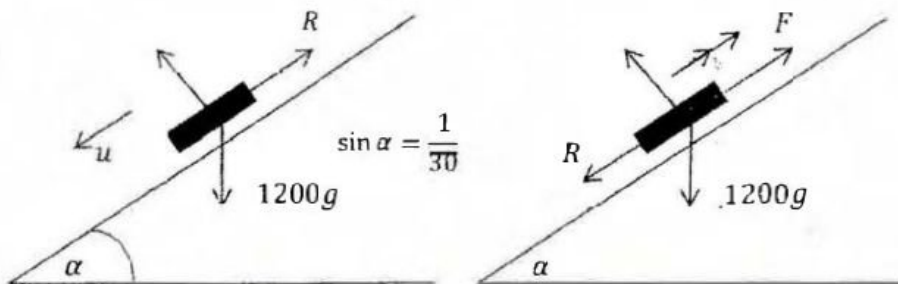
$\Rightarrow t = \frac{v}{g}$  (5)

$\uparrow v = u + at$   
 $0 = v - gt$

25

4. ස්කන්ධය  $1200 \text{ kg}$  වූ කාරයක් එක්දිග ක්‍රියා විරහිත කර තිරයට  $\alpha$  කෝණයක් උනන පු යාන් තලයේ දිගේ ඉහළට යම් නියත වේගයකින් චලනය වේ; මෙහි  $\sin \alpha = \frac{1}{30}$  වේ. ඉරාස්මස් තරඟකරු  $g = 10 \text{ m s}^{-2}$  ලෙස ගනිමින් කාරයේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධය නිවැරදිව ප්‍රදාන කර ඇත.

කාරය, එම ප්‍රතිරෝධයට එරෙහිව  $\frac{1}{6} \text{ m s}^{-2}$  තවරණයක් සහිත ව එම පාරේ දිගේ ඉහළට ගමන් කරන විට, එහි වේගය  $15 \text{ m s}^{-1}$  වන මොහොතේ දී එන්ජිමේ ජවය කිහිපයකට වැඩි කර ඇත.



$R$  ප්‍රතිරෝධය පමණක් යටතේ මෝටර් රථය ඉහළට චලනය වන විට,

$F = ma$  යෙදීමෙන්

$$\checkmark \quad 1200 g \sin \alpha - R = 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow R = 1200(10) \left( \frac{1}{30} \right) = 400 \text{ N}. \quad (5)$$

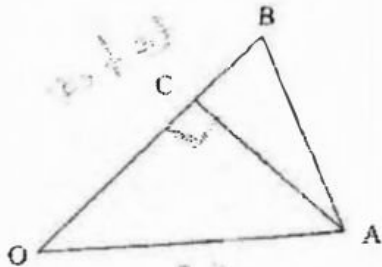
මෝටර් රථය ඉහළට චලනය වන විට, එහි ප්‍රකර්ෂණ බලය  $F$  යැයි ගනිමු.

$$\wedge \quad F - R - 1200 g \sin \alpha = 1200 \left( \frac{1}{6} \right) \Rightarrow F = 1000 \text{ N} \quad (5)$$

$$\text{එනමින්, ජවය } P = FV = 15 (1000) \text{ W} \quad (5)$$

$$P = 15 \text{ kW}. \quad (5)$$

5. ප්‍රදාය ලද අංකනාමයන්,  $3i$  හා  $2i + 3j$  යනු  $O$  අවලංගු ලේඛනයට අනුරූපයෙන් පිළිවෙළින්  $A$  හා  $B$  ලක්ෂ්‍යයන්ගේ සිත්පූර්ණ සංඛ්‍යාමය කැපී නම්,  $C$  යනු  $\angle OCA = \frac{\pi}{2}$  වන පරිදි  $OB$  සරල රේඛාව හි පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් නම්,  $\overrightarrow{OC}$  සංඛ්‍යාමය  $(x + yj)$  අනුලෝමය ලබාගන්න.



$$\overrightarrow{OA} = 3i, \quad \overrightarrow{OB} = 2i + 3j$$

එවිට,  $\overrightarrow{OC} = \lambda(\overrightarrow{OB}) = \lambda(2i + 3j)$  වේ. මෙහි  $\lambda$  අදිශයකි.

5

$\overrightarrow{OC}$ ,  $\overrightarrow{CA}$  ට ලම්භ බැවින්,

$$\lambda(2i + 3j) \cdot [-\lambda(2i + 3j) + 3i] = 0$$

5

$$6 - 13\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{6}{13}$$

5

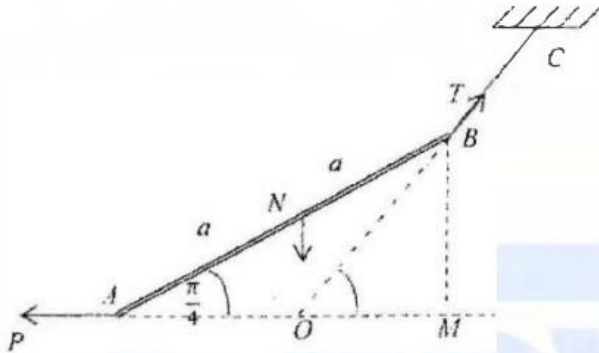
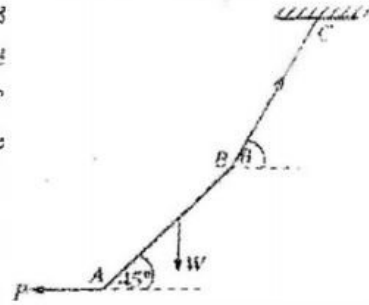
$$\therefore \overrightarrow{OC} = \frac{12}{13}i + \frac{18}{13}j.$$

5

25

6. දිග  $2a$  හා බර  $W$  වූ  $AB$  ඒකාකාර දණ්ඩක්,  $BC$  සැතැල්ලු අවිනතය තනතුරක් වශින් හා  $A$  පතලවලට දී යොදන ලද  $P$  නිර්ව බලයක් මගින් රැහැන් දැන්වෙන පරිදි සම්තුලිතයාවේ ලක්ෂ්‍ය තබා ඇත. දණ්ඩ, නිර්ව සමය  $45^\circ$  පරතරයක් සාදන බව දී ඇත්නම්,  $BC$  තනතුරු පිරිස සමග සාදන  $\theta$  කෝණය  $\tan \theta = 2$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

මෙම පිහිටීමේ දී තනතුරේ ආතතිය  $W$  දැක්වෙන්න.



$BMO$  බල ත්‍රිකෝණයකි.

$$BM = \frac{2a}{\sqrt{2}}; OM = \frac{a}{\sqrt{2}} \quad (5)$$

$$\tan \theta = \frac{BM}{OM} = \frac{2a/\sqrt{2}}{a/\sqrt{2}}$$

$$\tan \theta = 2 \quad (5)$$

$$\uparrow T \sin \theta - W = 0 \quad (5)$$

$$= \frac{W}{\sin \theta} = \frac{W\sqrt{5}}{2} \quad (5) \quad (\because \sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}})$$

$$(5)$$

25

7.  $A$  හා  $B$  යනු  $S$  නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. ප්‍රසාරණ කාන්තයෙන්,  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(B) = \frac{1}{4}$  හා  $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$  ලෙස,  $P(A|B')$ ,  $P(A' \cap B')$  හා  $P(B'|A')$  සොයන්න; මෙහි  $A'$  හා  $B'$  මගින් පිළිවෙලින්  $A$  හා  $B$  සිද්ධිවල අනුසූරක සිද්ධි දැක්වේ.

සිද්ධි වල සම්භාවිතා:

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}, P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B') + P(A \cap B) = P(A)$$

$$P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \quad (5)$$

මේ අනුව

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A \cap B')}{1 - P(B)} = \frac{1/6}{3/4} = \frac{2}{9} \quad (5)$$

$$P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) \quad (5)$$

$$= 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{7}{12} \quad (5)$$

$$P(B'|A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{7/12}{1 - 1/3} = \frac{7/12}{2/3} = \frac{7}{8} \quad (5)$$

25



$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B')$$

8. පාටින් හැර අන් සෑම අස්පර්සිව් සමාන වූ රතු බෝල 4 ක් හා කළු බෝල 3 ක් මල්ලක අඩංගු වේ. වරකට එක බැගින් ප්‍රතිස්ථාපනයෙන් තොරව, බෝල හතරක් සකස්කළ ලෙස මල්ලෙන් ඉවත්ව යනු ලැබේ.

(i) ඉවත්ව යනු ලබන බෝල එකම පාටින් යුක්ත වීමේ,

(ii) සෑම අනුයාත ඉවත්ව යෑමක දී ඉවත්ව යනු ලබන බෝල වෙනස් පාටින් යුක්ත වීමේ, සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) සියල්ල රතු:  $\frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{35}$

5

සියල්ල කළු: විය නොහැක.

$\therefore$  පිළිතුර =  $\frac{1}{35}$

5

(ii)

$R B R B : \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3}{35}$

5

$B R B R : \frac{3}{7} \times \frac{4}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{35}$

5

$\therefore$  පිළිතුර =  $\frac{3}{35} + \frac{3}{35} = \frac{6}{35}$

5

25

9. එක එකක් 8 ට අඩු ධන නිඛිල පහතර එක මධ්‍යයක් පමණක් ඇත. එවිට මධ්‍යන්‍යය, මාතය හා මධ්‍යස්ථය 6:10:5 අනුපාතවලට පිහිටයි. එවිට නිඛිල එක කොපමණක්.

මාතය  $2a$  යැයි ගනිමු.

එවිට, දී ඇති ධන නිඛිල:  $b, c, a, 2a, 2a$

5

මධ්‍යන්‍යය: මාතය = 6:10

$$\therefore \frac{10(b+c+5a)}{5} = 6 \times 2a$$

5

5

$$\Rightarrow b+c=a$$

$\therefore$  දී ඇති නිඛිල වන්නේ 1, 2, 3, 6, 6.

10

25

10. එක්තරා කණ්ඩායමක් ලක්ෂ්මිය දින 20න් සඳහා දිනපතා වැරදිකරන සංඛ්‍යා ලදී. සමස්ත දත්ත පහත සඳහන් වටිනාකමක්  $\mu$  හා සම්මත අපගමනය  $\sigma$  පිළිබඳවින්  $28^\circ\text{C}$  හා  $4^\circ\text{C}$  ලෙස ගණනය කර තිබුණි. පසුව නව තත්ත්වයක් යටතේ ලක්ෂ්මිය ලද්දේ  $35^\circ\text{C}$  හා  $21^\circ\text{C}$  ලෙස වැරදිකර ඇතුළත් කර ඇති බව හෙයක ඇතිවින් තවද වඩා  $25^\circ\text{C}$  හා  $31^\circ\text{C}$  ලෙස නිවැරදි කරන ලදී.  $\mu$  හා  $\sigma$  හි නිවැරදි අගයන් සොයන්න.

$$\mu = 28, \sigma_1 = 4$$

$$\text{නිවැරදි කළ දත්ත: } 35 \rightarrow 25 \quad (-10)$$

$$21 \rightarrow 31 \quad (+10)$$

$\therefore$  ඵෙකාරය නොවෙනස්ව පවතී.

$\therefore \mu = 28$  ම වේ.

$$\text{පැරණි } \sum x_i^2 = 20 \times \sigma_1^2 + 20\mu^2 = 20(4^2 + 28^2)$$

$$\text{නව } \sum x_i^2 = \text{පැරණි } \sum x_i^2 - 35^2 - 21^2 + 25^2 + 31^2$$

$$= 1225 - 441 + 625 + 961$$

$$= 20(4^2 + 28^2) - 8 \times 10$$

$$\text{නව } \sigma^2 = \frac{20(28^2 + 4^2) - 8 \times 10 - 20 \times 28^2}{20}$$

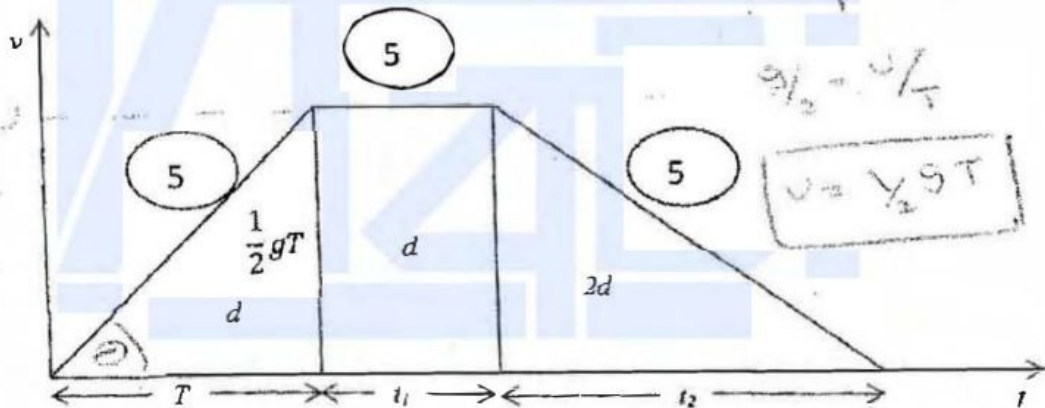
$$= \frac{20 \times 16 - 20 \times 4}{20}$$

$$= 12$$

$\therefore$  සම්මත අපගමනය  $\sigma = \sqrt{12}$ .

11. (a) මීටර  $4d$  ගැඹුරු පාලක චලනය වන කෝණයක්  $t = 0$  සාදන දී  $A$  ලක්ෂ්‍යයකින් නිශ්චලතාවේ සිට සිරස් ව පාලක චලනය වීමට බන්ධනය වේ. එය, පසුපස  $\frac{g}{2} \text{ m s}^{-2}$  නියත ත්වරණයෙන් මීටර  $d$  දුරක් චලනය වී ඊළඟට එම චලනය අවසානයේ ලබාගත් ඉවහලයෙන් තව මීටර  $d$  දුරක් චලනය වේ. කෝණයේ ඉන්පසු  $A$  සිට මීටර  $4d$  දුරක් පාලක සිසිලි  $B$  ලක්ෂ්‍යයේ දී නිශ්චලතාවට පැමිණෙන තරිදී නියත කෝණයකින් ඉතිරි දුර  $d$  චලනය වේ.  
කෝණයකින් චලනය කරන ප්‍රවේග-සාල වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න.  
එ නම්,  $A$  සිට  $B$  දක්වා පාලක චලනය කරන කෝණය හෝ ලබන සුළු සාලය සොයන්න.

- (b) පොළොවට සාපේක්ෂව  $u \text{ km h}^{-1}$  ඒකාකාර වේගයකින් උතුරු දිශාවට නැවක් යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතක දී නැවේ සිට, දකුණෙන් නැගෙනහිරට  $\beta$  කෝණයකින්, සෘජු කෝණයකින්  $p \text{ km}$  දුරකින්  $B_1$  බෝට්ටුවක් නිරීක්ෂණය කරනු ලැබේ. මෙම මොහොතේ දී ම,  $B_2$  බෝට්ටුවක් නැවේ සිට බටහිරින්  $q \text{ km}$  දුරකින් නිරීක්ෂණය කරනු ලැබේ. බෝට්ටු දෙකම පොළොවට සාපේක්ෂව  $v (> u) \text{ km h}^{-1}$  ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛීය චරණවල නැව ඉල්ලා හැසිරීමේ කෝණයෙන් යාත්‍රා කරයි. පොළොවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවල පෙන් නිරීක්ෂණය කිරීම කරන ප්‍රවේග සුරැකණය දළ රටහන් එකම රූපයක අඳින්න.  
පොළොවට සාපේක්ෂව  $B_1$  බෝට්ටුවේ පෙත උතුරෙන් බටහිරට  $\beta = \sin^{-1} \left( \frac{u \sin \theta}{v} \right)$  කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න. පොළොවට සාපේක්ෂව  $B_2$  බෝට්ටුවේ පෙත සොයන්න.  
 $\beta = \frac{\pi}{3}$  හා  $v = \sqrt{3}u$  යැයි භාවිත කරමින්,  $3q^2 > 8p^2$  නම්,  $B_1$  බෝට්ටුව  $B_2$  බෝට්ටුවට පෙර නැව ඉල්ලා හත්තා බව පෙන්වන්න.



15

$$d = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} gT \right) T \quad \text{--- (1)}$$

$$d = \left( \frac{1}{2} gT \right) t_1 \quad \text{--- (2)}$$

(1) හා (2)  $\Rightarrow t_1 = \frac{T}{2}$

5

$2d = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} g T \right) \cdot t_2$

5

(1) හා (3)

$\Rightarrow t_2 = 2T$

5

(1)  $\Rightarrow T = \sqrt{\frac{4d}{g}}$

5

සම්පූර්ණ කාලය =  $T + t_1 + t_2$

$= T + \frac{T}{2} + 2T = \frac{7T}{2} = 7 \sqrt{\frac{d}{g}}$

5

35

(b)  $\underline{V}(S, E) = u$

$\underline{V}(B_i, E) = v$  for  $i = 1, 2,$

$\underline{V}(B_1, S) = \beta$

10

$\underline{V}(B_2, S) =$

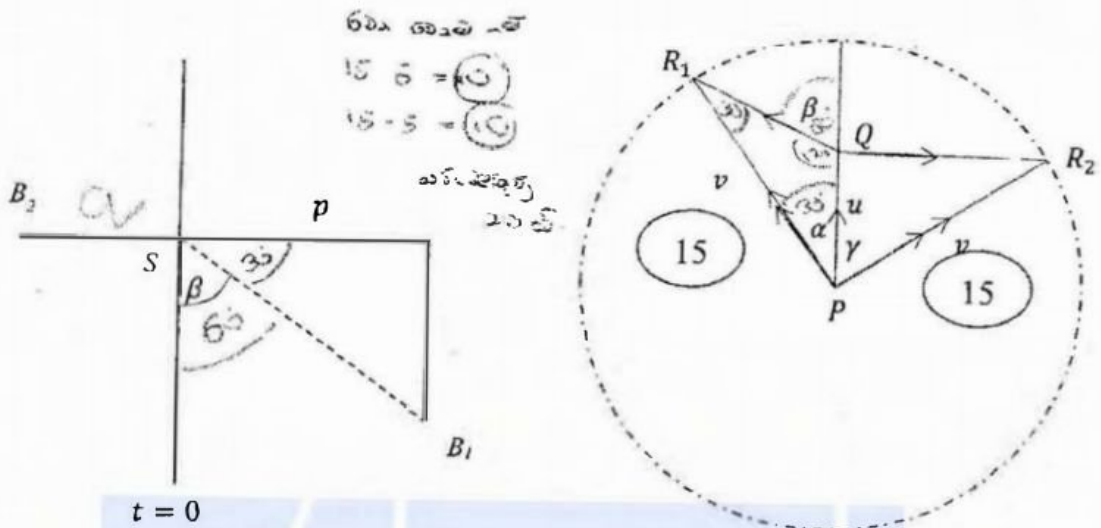
$\underline{V}(B_i, E) = \underline{V}(B_i, S) + \underline{V}(S, E)$

10

$= \underline{V}(S, E) + \underline{V}(B_i, S)$

$= \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR_i}$

$= \overrightarrow{PR_i}$  for  $i = 1, 2.$



$t = 0$

$PQR_1$  ත්‍රිකෝණයට සමිත් සූත්‍රය භාවිතයෙන්  $\frac{v}{\sin \beta} = \frac{u}{\sin(\beta - \alpha)}$  (5)

$$\sin(\beta - \alpha) = \frac{u \sin \beta}{v}$$

$$(\beta - \alpha) = \sin^{-1}\left(\frac{u \sin \beta}{v}\right)$$

$$\alpha = \beta - \sin^{-1}\left(\frac{u \sin \beta}{v}\right) \text{----- (i)} \quad (5)$$

$\therefore B_1$  හි පෙන උතුරෙන් බටහිරට යාදන  $\alpha$  කෝණය (i) මගින් දෙනු ලැබේ.

අනුරූපව  $B_2$  හි පොළවට සාපේක්ෂව පෙන උතුරෙන් නැගෙනහිරට  $\gamma$  කෝණයක් යාදයි. මෙහි

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{u}{v}\right). \quad (5)$$

65

$$\beta = 60^\circ$$

(ii) දෙන ලද:  $\beta = \frac{\pi}{3}$  හා  $v = \sqrt{3}u$ .

එවිට

$$\alpha = \frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left( \frac{u \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)}{\frac{u}{\sqrt{3}}} \right) = \frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left( \frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{\pi}{6} \quad (5)$$

$$\therefore PQ = QR_1$$

$$\Rightarrow V(B, S) = u. \quad (5)$$

B<sub>1</sub> සාපේක්ෂ පරිගත ඔස්සේ

$$S \text{ වෙත } B_1 \text{ වෙත } = \frac{2p}{\sqrt{3}} \quad (5)$$

$$B_1 \text{ වෙත } t_1 = \frac{\frac{2p}{\sqrt{3}}}{u} = \frac{2p}{\sqrt{3}u}. \quad (5)$$

$$B_2 \text{ වෙත } t_2 = \frac{q}{\sqrt{v^2 - u^2}} = \frac{q}{u\sqrt{3} - 1} = \frac{q}{\sqrt{2}u}. \quad (5)$$

$$t_1 < t_2 \text{ නම් } B_1, B_2 \text{ වෙත } S \text{ අල්ලා ගනී.} \quad (5)$$

$$\text{එනම් } \frac{2p}{\sqrt{3}u} < \frac{q}{\sqrt{2}u}$$

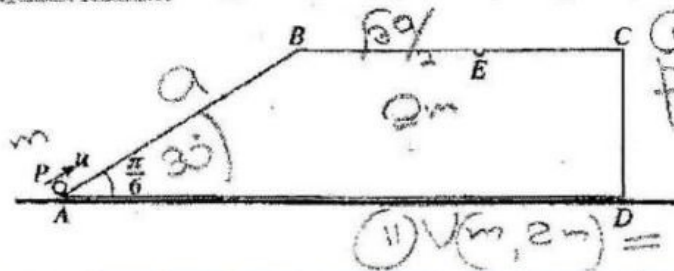
$$\Rightarrow 2\sqrt{2}p < \sqrt{3}q$$

$$\Rightarrow 8p^2 < 3q^2. \quad (5)$$

35

12. (a)  $AB = a$  හා  $\angle BAD = \frac{\pi}{6}$  වන පරිදි වූ රූපයේ දැක්වෙන  $ABCD$  ක්‍රමලේඛය, ස්කන්ධය  $2m$  වූ සුළඬ ඒකාකාර කුට්ටියක තුරුල්ලක් තබා ඇති බව සිතමු.  $AD$  හා  $BC$  රේඛා සමාන්තර වන අතර  $AB$  රේඛාව එය අඩංගු ක්‍රමලේඛයේ උපරිම බෑවුම් රේඛාවකි.  $AD$  අසල ක්‍රමලේඛය සුළඬ තිරස් රේඛාවක් මත ඇතිව කුට්ටිය තබනු ලබයි. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ස්කන්ධය  $m$  වූ  $P$  අංශුවක්  $A$  ලක්ෂ්‍යයෙහි තබා, එයට  $AB$  දිගේ  $u$  ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබයි; මෙහි  $u^2 = \frac{7ga}{3}$  වේ. කුට්ටියට සාපේක්ෂව  $P$  හි මන්දනය  $\frac{2g}{3}$  බව පෙන්වා,  $P$  අංශුව  $B$  කරා ළඟා වන විට, කුට්ටියට සාපේක්ෂව  $P$  අංශුවෙහි ප්‍රවේගය සොයන්න.

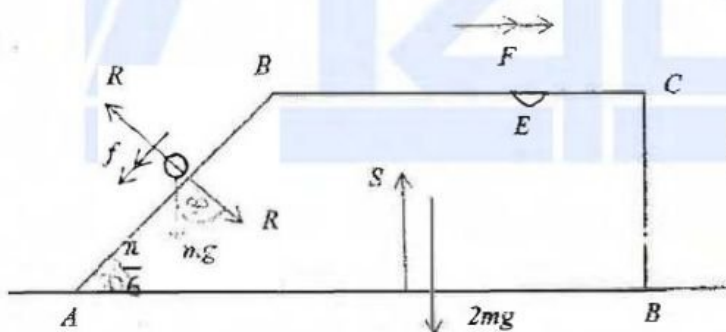
තව ද  $BE = \frac{\sqrt{3}a}{2}$  වන පරිදි කුට්ටියෙහි උඩින් ක්‍රමලේඛයේ  $BC$  මත වූ  $E$  ලක්ෂ්‍යයේ කුඩා සිදුරක් ඇත. කුට්ටියට සාපේක්ෂව චලිතය සාලකිරීමෙන්,  $P$  අංශුව  $E$  හි ඇති සිදුරට වැටෙන බව පෙන්වන්න.



(b) දිග  $a$  වූ කැහැල්ලු අවහනා කන්කුවක එක් කෙළවරක්  $O$  අවල ලක්ෂ්‍යයකට ද අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය  $m$  වූ  $P$  අංශුවකට ද ඇඳා ඇත. අංශුව  $O$  ට සිරස් ව ඔසවන නිශ්චලව චලිත කිරීමක අතර එයට විකල්පය  $u = \sqrt{kag}$  වූ සිරස් ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබේ; මෙහි  $2 < k < 5$  වේ. තත්ත්ව  $\theta$  කෝණයකින් හැරී තවමත් නොබුරුල්ලව සිටින විට අංශුවේ  $v$  වේගය  $v^2 = (k-2)ag + 2ag \cos \theta$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

මෙම පිහිටීමේ දී කන්කුවේ ආකෘතිය ලොඛනය.

$\theta = \alpha$  වන විට කන්කුව බුරුල් වන බව අභ්‍යන්තර කරන්න; මෙහි  $\cos \alpha = \frac{2-k}{3}$  වේ.



$$a(P, W) = f \quad a(W, E) = F \rightarrow$$

$$F = ma$$

$$\text{පද්ධතියට} \rightarrow 0 = m \left( -f \cos \frac{\pi}{6} + F \right) + 2mF$$

5

10

$$F(P, E) = F(P, W) + F(W, E) = \frac{mg}{\cos \frac{\pi}{6}} + \frac{2mg}{\cos \frac{\pi}{6}} = F - f \cos \frac{\pi}{6}$$

5

15

$$F = \frac{f}{2}$$

$$f = 2F$$

$$0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}f + 3F \Rightarrow \frac{\sqrt{3}f}{6} = F \quad (5)$$

$$P \text{ සඳහා} \quad \swarrow \quad mg \cos \frac{\pi}{3} = m \left( f - F \cos \frac{\pi}{6} \right) \quad (10)$$

$$\frac{g}{2} = f - \frac{\sqrt{3}f}{2} \Rightarrow \frac{g}{2} = f \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sqrt{3}}{6} f \quad (5)$$

$$\Rightarrow f = \frac{2g}{3} \quad (5)$$

කුට්ටියට සාපේක්ෂව B ලක්ෂ්‍යයේදී අංශුවේ ප්‍රවේගය වළිකය  $v$  යැයි ගනිමු.

$$v^2 = u^2 + 2as \text{ භාවිතයෙන්}$$

$$v^2 = u^2 - 2 \left( \frac{2g}{3} \right) a \quad (5)$$

$$= \frac{7ga}{3} - \frac{4ga}{3}$$

$$v = \sqrt{ga} \quad (5)$$

65

AB මුහුණතේ ඉවත්වීමෙන් පසු, කුට්ටියට සාපේක්ෂව අංශුවේ වළිකය සඳහා

$$a(P, W) = a(P, E) + a(E, W)$$

$$= \downarrow g + 0 \quad (\because \text{කුට්ටිය නියත ප්‍රවේගයෙන් වළික වන බැවින්})$$

$$= \downarrow g \quad (10)$$

කුට්ටියේ උඩින් මුහුණතට නැවත ළඟා වීමට P අංශුව ගනු ලබන කාලය  $t$  යැයි ගනිමු.

$$S = ut + \frac{1}{2}at^2 \text{ යෙදීමෙන්}$$

$$\text{ධ්වනි} \uparrow \quad 0 = v \sin \frac{\pi}{6} t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (5)$$

$$= \frac{v}{2}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow t = \frac{v}{g} = \sqrt{\frac{a}{g}} \quad (5)$$

$R$  යනු කුට්ටියේ උඩින් මුහුණත මත තිරස් සාපේක්ෂ විස්ථාපනය යැයි ගනිමු.

$$R = v \cos \frac{\pi}{6} \cdot t \quad (5)$$

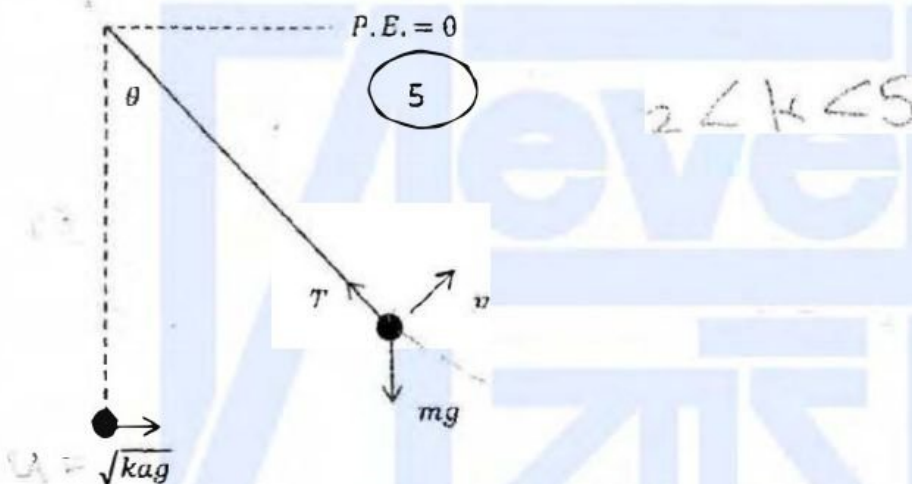
$$R = v \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{\frac{a}{g}} = \sqrt{ga} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{\frac{a}{g}}$$

$$\therefore R = \frac{\sqrt{3}a}{2} \quad (5)$$

එබැවින්  $P$  අංශුව  $E$  හි සිදුරට වැටේ.

30

(b)



ගන්නි සංස්ථිති නියමයෙන්:

$$-mga + \frac{1}{2}m(ka) = -mga \cos \theta + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow v^2 = -2ga + ka + 2ag \cos \theta$$

$$v^2 = (k-2)ag + 2ag \cos \theta$$

5

25

$$F = ma$$

$$T - mg \cos \theta = \frac{mv^2}{a}$$

10

$$T = mg \cos \theta + \frac{m}{a} [(k-2)ag + 2ag \cos \theta]$$

$$T = mg \cos \theta + (k-2)mg + 2mg \cos \theta$$

$$T = mg [3 \cos \theta - 2 + k]$$

$$T = mg [3 \cos \theta - 2 + k]$$

$$\Rightarrow T = mg \cos \theta + \frac{m}{a} [(k-2)ag + 2ag \cos \theta]$$

$$\text{ආතතිය: } T = (k-2)mg + 3mg \cos \theta. \quad (5)$$

ඵ වැඩිවන විට  $v$  හා  $T$  දෙකම අඩුවේ.

$$T = mg(3 \cos \theta - 2 + k)$$

$$(5) \quad T = 0 \text{ විට } 3 \cos \theta - 2 + k = 0$$

$$\text{i.e. } \cos \theta = \frac{2-k}{3}.$$

$$(5)$$

$$\text{එනම් } \cos \theta = \frac{2-k}{3},$$

$$v^2 = (k-2)ag + 2ag \frac{(2-k)}{3}$$

$$= \frac{ag}{3} (k-2) > 0 \text{ as } k > 2.$$

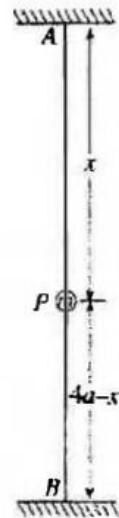
$$(5)$$

$$\text{එමනිසා තත්ත්ව පුරුල් වන්නේ, } \cos \alpha = \frac{2-k}{3} \quad (2 < k < 5) \text{ හි } \theta = \alpha \text{ විය.}$$

30

$$\cos \alpha = \frac{2-k}{3} \quad (2 < k < 5).$$

13. ස්කන්ධය  $m$  වූ  $P$  අංශුවක් එක එකක ස්වභාවික දිග  $a$  හා මාසාංකය  $mg$  වූ සමාන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තු දෙකක කෙළවර දෙකකට ඇඳා ඇත. එක තන්තුවක නිදහස් කෙළවර  $A$  අවල ලක්ෂ්‍යයකට හා අනිත් තන්තුවේ නිදහස් කෙළවර  $A$  ට සිරස් ව පහළින්  $4a$  දුරකින් පිහිටි  $B$  අවල ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳා ඇත. (රූපය බලන්න.) තන්තු දෙකම නොමුරුල්ල.  $A$  ට  $\frac{5a}{2}$  දුරක් පහළින් අංශුව සම්තුලිතව තිබෙන බව පෙන්වන්න.



$P$  අංශුව ඇත්.  $AB$  හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට සමාන එම් පිහිටීමේ දී නිසලතාවේ සිට සිරුවෙමින් මුදාහරිනු ලැබේ. තන්තු දෙකම නොමුරුල් හා  $AP$  තන්තුවේ දිග  $x$  වන විට,  $\ddot{x} + \frac{2g}{a}(x - \frac{5a}{2}) = 0$  බව පෙන්වන්න.

මෙම සමීකරණය  $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$  ආකාරයෙන් නැවත ලියන්න; මෙහි  $X = x - \frac{5a}{2}$  හා  $\omega^2 = \frac{2g}{a}$  වේ.

$\dot{X}^2 = \omega^2 (c^2 - X^2)$  සූත්‍රය භාවිතයෙන් මෙහි චලිතයේ විස්තාරය  $c$  සොයන්න.

$P$  අංශුව එහි පහත ම පිහිටීමට ළඟා වන මොහොතේ දී  $PB$  තන්තුව කඩනු ලැබේ. නව චලිතයේ දී  $x = a$  වන විට අංශුව එහි උච්චතම පිහිටීමට ළඟා වන බව පෙන්වන්න.

$P$  අංශුව  $x = 2a$  හි වූ එහි ආරම්භක පිහිටීමේ සිට පහළට  $a$  දුරක් ද ඵලකට ඉහළට  $\frac{a}{2}$  දුරක් ද ඵලකය වීමට හතරු ලබන මුළු කාලය  $\frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{a}{2g}} (3 + \sqrt{2})$  බව කවි දුරටත් පෙන්වන්න.

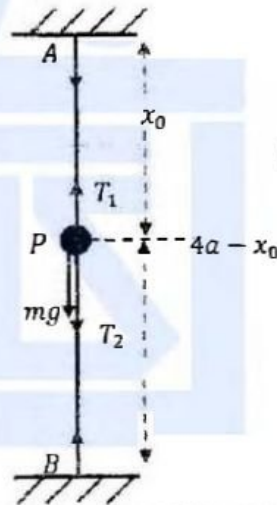
සමතුලිත පිහිටීමේ දී,  $x = x_0$  යයි ගනිමු.

$$\uparrow T_1 = T_2 + mg \quad (5)$$

$$\frac{mg}{a}(x_0 - a) = \frac{mg}{a}(4a - x_0 - a) + mg \quad (5)$$

$$x_0 - a = 3a - x_0 + a$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{5a}{2} \quad (5)$$



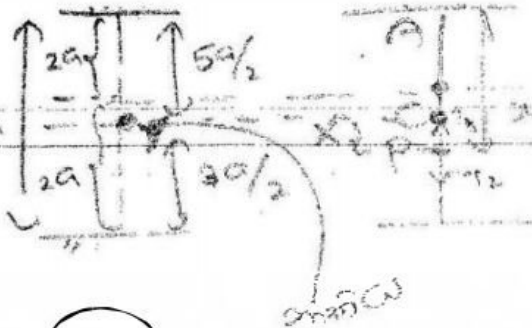
20

$P$  සඳහා  $\downarrow F = ma$  යෙදීමෙන්

$$T_2 + mg - T_1 = m\ddot{x} \quad (5)$$

$$\frac{mg}{a}(4a - x - a) + mg - \frac{mg}{a}(x - a) = m\ddot{x} \quad (10)$$

$$\Rightarrow \ddot{x} = -\frac{2g}{a}\left(x - \frac{5a}{2}\right)$$



$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{2g}{a} \left( x - \frac{5a}{2} \right) = 0, \quad (5)$$

එවිට  $X = x - \frac{5a}{2}$  හා  $\omega^2 = \frac{2g}{a}$

$$\ddot{X} + \omega^2 X = 0, \quad (5)$$

සරල අනුවර්තීය චලිතයේ කේන්ද්‍රය වන්නේ  $x = \frac{5a}{2}$ . 5

$$\dot{X}^2 = \omega^2 (c^2 - X^2), \text{ මෙහි } c \text{ යනු විස්තාරයයි.}$$

$$X = -\frac{a}{2} \text{ විට } \dot{X} = 0 \text{ වේ.} \quad (5)$$

$$0 = \omega^2 \left( c^2 - \frac{a^2}{4} \right) \quad c = \frac{a}{2} \quad (10)$$

$\therefore$  පහළම පිහිටීම  $X = \frac{a}{2} \Rightarrow x = 3a$ . 5

50

PB තත්ත්ව කැපීමෙන් පසු

$$\downarrow \quad F = ma$$

$$mg - T = m\ddot{x}$$

$$mg - \frac{mg}{a} (x - a) = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{g}{a} (x - 2a) = 0 \Rightarrow \ddot{Y} + \Omega^2 Y = 0, \text{ මෙහි } Y = x - 2a \text{ හා } \Omega^2 = \frac{g}{a}. \quad (5)$$

5

5

නව සරල අනුවර්තීය චලිතයේ කේන්ද්‍රය  $x = 2a$ .

$$\dot{Y}^2 = \Omega^2 (b^2 - Y^2), \text{ මෙහි } b \text{ යනු විස්තාරයයි.} \quad (5)$$

PB තත්ත්ව කැපීමෙන් මොහොතකට පසු,  $\dot{Y} = 0$  හා  $x = 3a$

5

$$\Rightarrow \dot{Y} = 0 \text{ at } Y = a.$$

5

නව සරල අනුවර්තීය චලිතයේ විස්තාරය  $a$  වේ.

නැවත  $\therefore \dot{Y} = 0$  වන්නේ  $Y = -a \Rightarrow x = a$  වන විටදීය.

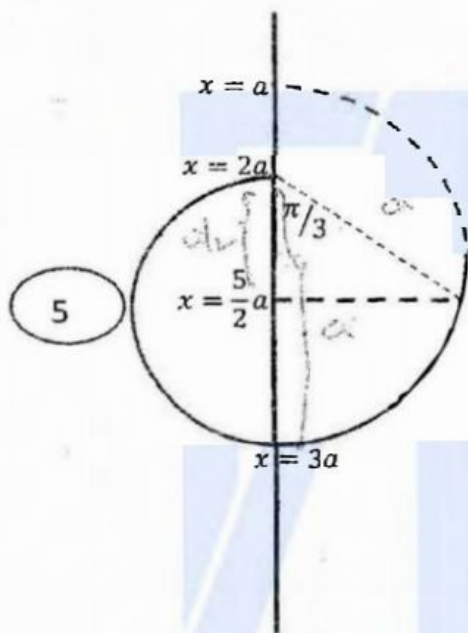
5

එනම්  $x = a$  වන විටදීය.

එනම් අංශුව  $x = a$  හිදී උච්චතම පිහිටීමට පැමිණෙයි.

5

45



10

5

$x=2a$  සිට  $x=3a$  දක්වා කාලය  $\frac{\pi}{\omega} = \pi \sqrt{\frac{a}{2g}}$

5

$$x = 3a \text{ සිට } x = \frac{5a}{2} \text{ දක්වා කාලය} = \frac{\pi}{3\Omega} = \frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{a}{g}}$$

10

$$\text{පම්පර්ණ කාලය} = \pi \sqrt{\frac{a}{2g}} + \frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{a}{g}}$$

5

$$= \frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{a}{2g}} (3 + \sqrt{2}).$$

5

14. (a)  $OAB$  ත්‍රිකෝණයක් යැයි ද  $D$  යනු  $AB$  හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය යැයි ද  $E$  යනු  $OD$  හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු.  $F$  ලක්ෂ්‍යය  $OA$  මත පිහිටා ඇත්තේ  $OF : FA = 1 : 2$  වන පරිදි ය.  $O$  අනුබද්ධයෙන්  $A$  හා  $B$  හි පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින්  $\underline{a}$  හා  $\underline{b}$  වේ.  $\overline{BE}$  හා  $\overline{BF}$  දෛශික  $\underline{a}$  හා  $\underline{b}$  ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.  
 $B, E$  හා  $F$  එක රේඛය බව අපෝහනය කර.  $BE : EF$  අනුපාතය සොයන්න.  
 $\overline{BF} \cdot \overline{DF}$  අදිශ ගුණිතය  $|\underline{a}|$  හා  $|\underline{b}|$  ඇසුරෙන් සොයා,  $|\underline{a}| = 3|\underline{b}|$  නම්,  $\overline{BF}$  යන  $\overline{DF}$  ට ලම්බ වන බව පෙන්වන්න.

- (b)  $Oxy$ -තලයේ දි. බල පද්ධතියක් පිළිවෙළින්  $(-a, 2a), (0, a)$  හා  $(-a, 0)$  ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියාකරන  $3\hat{i} + 2\hat{j}$ ,  $2\hat{i} - \hat{j}$  හා  $-\hat{i} + 2\hat{j}$  යන බල තුනෙන් සමන්විත වේ; මෙහි  $P$  හා  $a$  යනු පිළිවෙළින් නිව්ටන් හා මීටර්වලින් මනින ලද ධන රාශි වේ.  $O$  මූලය වටා, පද්ධතියේ දක්ෂිණාවර්ත ඝූර්ණය,  $12Pa \text{ Nm}$  බව පෙන්වන්න.

නව ද පද්ධතිය, විශාලත්ව  $5P \text{ N}$  දුර තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වා, එහි දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

දැන්, අතිරේක බලයක් පද්ධතියට ඇතුළත් කරනු ලබන්නේ නව පද්ධතිය දක්ෂිණාවර්ත ඝූර්ණය  $24Pa \text{ Nm}$  දුර ඝූර්ණයකට තුල්‍ය වන පරිදි ය. අතිරේක බලයෙහි විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

(a)  $\overline{OA} = \underline{a}, \overline{OB} = \underline{b}$

$$\overline{OF} = \frac{1}{3}\underline{a}$$

$$\overline{OD} = \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b}) \quad (5)$$

$$\overline{OE} = \frac{1}{4}(\underline{a} + \underline{b})$$

$$\overline{BE} = \overline{OE} - \overline{OB} = \frac{1}{4}(\underline{a} + \underline{b}) - \underline{b} = \frac{1}{4}(\underline{a} - 3\underline{b})$$

(5)

(5)

$$\overline{BF} = \overline{OF} - \overline{OB} = \frac{1}{3}\underline{a} - \underline{b} = \frac{1}{3}(\underline{a} - 3\underline{b})$$

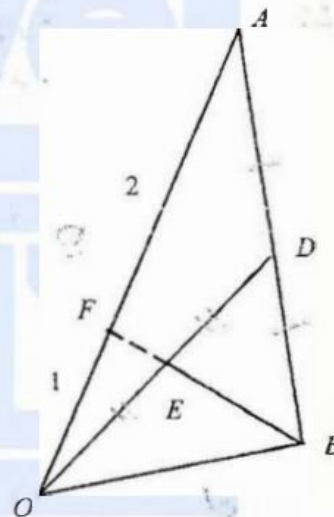
(5)

$$\Rightarrow 4\overline{BE} = 3\overline{BF}$$

$$B, E, F \text{ එක රේඛය වේ යන } BE : EF = 3 : 1$$

(5)

(5)



$$\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OD} = \frac{1}{3}\underline{a} - \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b}) = -\frac{1}{6}(\underline{a} + 3\underline{b}) \quad (5)$$

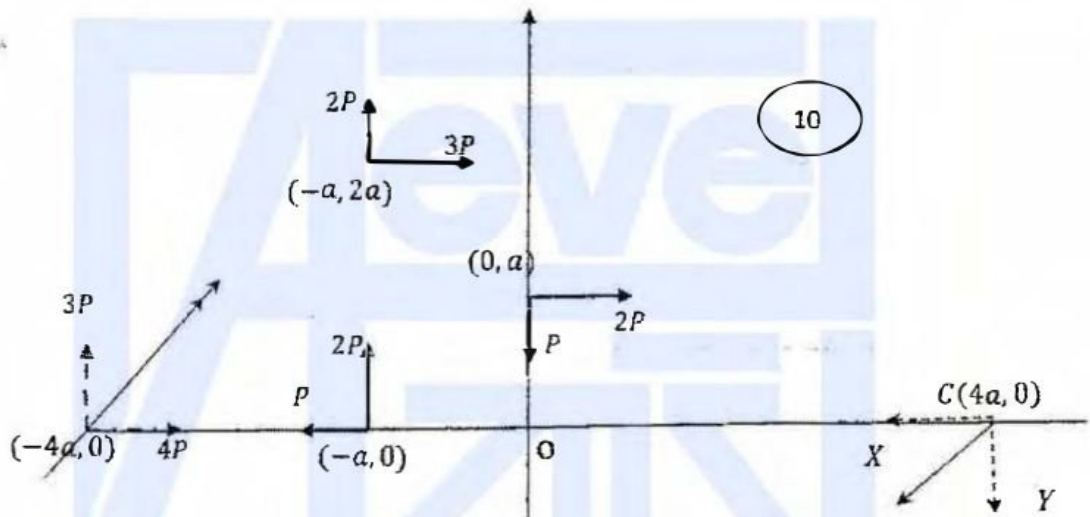
$$\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{DF} = \frac{1}{3}(\underline{a} - 3\underline{b}) \cdot \frac{1}{6}(-\underline{a} - 3\underline{b}) \quad (5)$$

$$= -\frac{1}{18}(|\underline{a}|^2 - 9|\underline{b}|^2) = 0, (|\underline{a}| = 3|\underline{b}| \text{ බැවින්}) \quad (5)$$

$\therefore$  ඒවා නිශ්ශුන්‍ය බැවින්  $\overrightarrow{BF} \perp \overrightarrow{DF}$  (5)

20

(b)



0 වටා වාමාවර්තව ඝූර්ණ ගැනීමෙන්

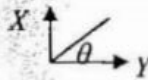
$$G = 2Pa + 3P \cdot 2a + 2Pa + 2Pa = 12Pa. \text{ Nm};$$

$$\text{විභේදනයෙන්} \rightarrow X = 3P + 2P - P = 4P \quad (5)$$

$$\uparrow Y = 2P + 2P - P = 3P \quad (5)$$

R සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය 5P මගින් දෙනු ලැබේ.

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = 5P \text{ N} \quad (5)$$



ත්‍රියා රේඛාව  $x$ -අක්ෂය සමඟ  $\theta$  කෝණයක් සාදයි, මෙහි  $\tan \theta = \frac{Y}{X} = \frac{3}{4}$ .

5

සම්ප්‍රස්තනයේ ත්‍රියා රේඛාව  $(-b, 0)$ ,  $(b > 0)$  ලක්ෂ්‍යයේ දී  $x$ -අක්ෂය හමුවේ නම් එවිට



$$Yb = 3Pb = 12Pa \Rightarrow b = 4a$$

5

5

සම්ප්‍රස්තනයේ ත්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය

$$y - 0 = \frac{3}{4}(x + 4a) \Rightarrow 4y - 3x = 12a$$

10

60

ඇත්  $C \equiv (c, 0)$ ,  $c > 0$  ලක්ෂ්‍යයේ දී  $(-4P, -3P)$  බලයක් යෙදීමෙන් පමණක් පද්ධතිය යුග්මයකට කුලාවේ.

5

$$C \Rightarrow 3P(c + 4a) = 24Pa$$

$$\Rightarrow c = 4a$$

10

5

5

අමතර බලයේ විශාලත්වය  $= 5PN$ , සහ එහි දිශාව  $x$ -අක්ෂයේ සෘණ දිශාව සමඟ

5

$$\tan^{-1}\left(\frac{-3P}{-4P}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) \text{ කෝණයක් සාදයි.}$$

$$\text{අමතර බලයේ ක්‍රියා රේඛාව } y - 0 = \frac{3}{4}(x - 4a)$$

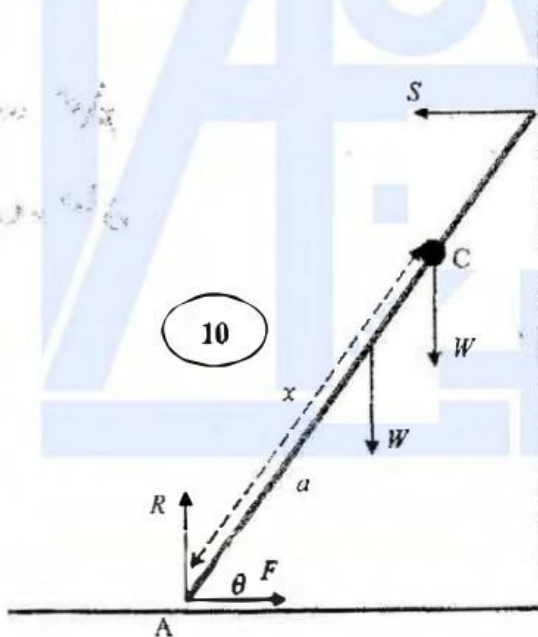
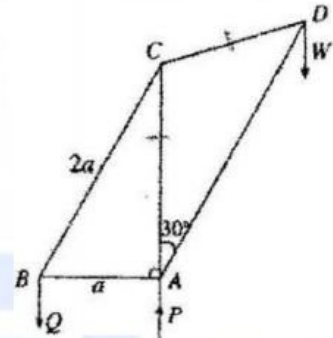
10

$$\Rightarrow 4y - 3x + 12a = 0.$$

40

15. (a) බර  $W$  හා දිග  $2a$  වූ ඒකාකාර  $AB$  දණ්ඩක  $A$  කෙළවර රළු තිරස් බිමක් මත හා  $B$  කෙළවර ප්‍රමුඛ පිරස් බිත්තියකට එරෙහිව තබා ඇත. දණ්ඩ ඔත්තියට ලම්භ පිරස් තලයක පිහිටන අතර, එය තිරස් සමඟ  $\theta$  කෝණයක් සාදයි; මෙහි  $\tan \theta = \frac{3}{4}$  වේ.  $AC = x$  ලෙස දණ්ඩ මත වූ  $C$  ලක්ෂ්‍යයට බර  $W$  වූ අංශුවක් තබා ඇත. අංශුව සහිත දණ්ඩ සමතුලිතතාවයේ ඇත. දණ්ඩ හා බිම් අතර සර්ඝණ සංගුණකය  $\frac{5}{6}$  වේ.  $x \leq \frac{3a}{2}$  බව පෙන්වන්න.

- (b) යාබද රූලයෙහි පෙන්වා ඇති රාමු සැකිල්ල,  $AB, BC, AC, CD$  හා  $AD$  සැහැල්ලු දඬු පහක් ඒවායේ කෙළවරවලින් නිදහසේ සන්ධි කර සාදා ඇත.  $AB = a, BC = 2a, AC = CD$  හා  $\angle CAD = 30^\circ$  බව දී ඇත. බර  $W$  වූ භාරයක්  $D$  හි එල්ලෙන අතර පිළිසවිඳින්න  $A$  හා  $B$  හි දී රූලයේ දණ්ඩ ඇති දිශාවලට ක්‍රියාකරන  $P$  හා  $Q$  පිරස් බලවල ආධාරයෙන්  $AB$  පිරස් ව හා  $AC$  පිරස් ව රාමු සැකිල්ල පිරස් තලයක සමතුලිතව සිටියි.  $Q$  හි අගය  $W$  ඇසුරෙන් පෙන්වන්න.



$AB$  දණ්ඩට  $A$

$$S \cdot 2a \sin \theta = W(a \cos \theta + x \cos \theta) \quad (15)$$

$$\Rightarrow S \cdot 2a \cdot \frac{3}{5} = W \cdot (a + x) \cdot \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow S = \frac{2W(a+x)}{3a} \quad (5)$$

පිහේදනයෙන්

$$\rightarrow F = S = \frac{2W(a+x)}{3a} \quad (5)$$

$$1 \quad R = 2W \quad (5)$$

$$F \leq \mu R \text{ හා } \mu = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{2W(a+x)}{3a} \leq \frac{5}{6} \cdot 2W \quad (5)$$

$$\Rightarrow a+x \leq \frac{5a}{2}$$

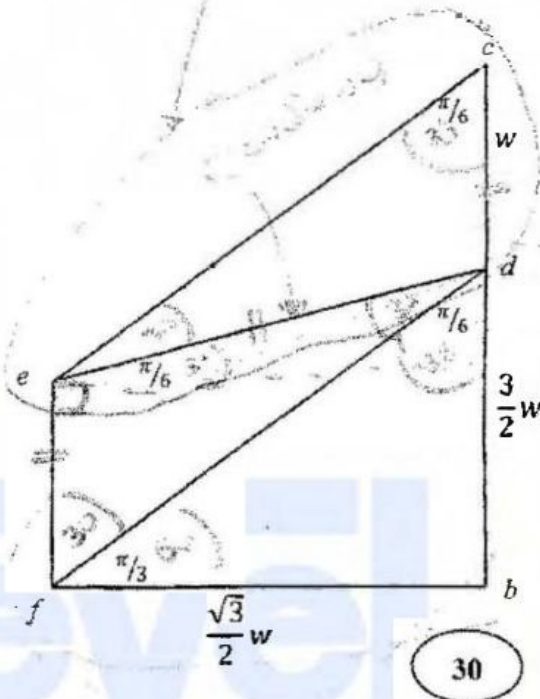
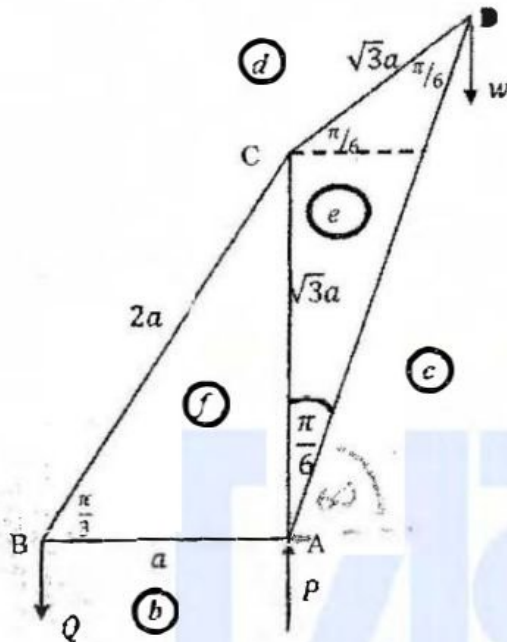
$$\Rightarrow x \leq \frac{3a}{2} \quad (5)$$

$$a = \frac{3a}{2} \quad (15)$$

$$\tan \theta = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin \theta = \frac{3}{5} \text{ හා } \cos \theta = \frac{4}{5} \quad (5)$$

60

(b)



$$AD = 2(\sqrt{3}a \cos 30^\circ) = 3a$$

$$\curvearrowleft A \quad Qa = W AD \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow Q = \frac{3}{2}W$$

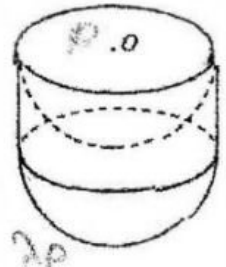
$$\uparrow P = Q + W \Rightarrow P = \frac{5}{2}W$$

| දණ්ඩ | ආතති        | තෙරපුම                |
|------|-------------|-----------------------|
| AB   |             | $\frac{\sqrt{3}}{2}W$ |
| BC   | $\sqrt{3}W$ |                       |
| AC   |             | $W$                   |
| CD   | $W$         |                       |
| AD   |             | $\sqrt{3}W$           |

90

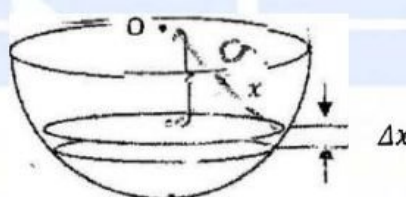
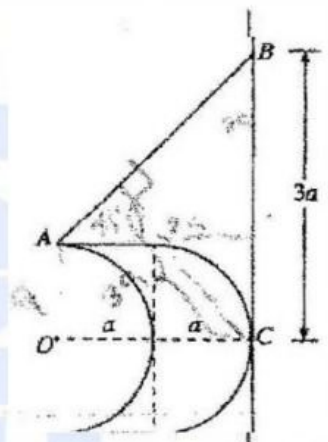
16. අරය  $a$  වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි තේන්ද්‍රයේ සිට  $\frac{3}{8}a$  දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

අරය  $a$ , උස  $a$  හා ඝනත්වය  $\rho$  වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වත්තාකාර සිලින්ඩරයකින් අරය  $a$  වූ අර්ධ ගෝලාකාර කොටසක් කපා ඉවත් කරනු ලැබේ. දැන්, යම්ද රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සිලින්ඩරයේ ඉතිරි කොටසෙහි වත්තාකාර මුහුණතට අරය  $a$  හා ඝනත්වය  $\lambda$  වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක වත්තාකාර මුහුණත සමී කරනු ලබන්නේ, ඒවායේ සමමිතික අක්ෂ දෙක සමාන වන පරිදි ය. මෙලෙස සාදාගනු ලබන  $S$  වස්තුවෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිතික අක්ෂෙ මත, ගැටියේ  $O$  කේන්ද්‍රයේ සිට  $\frac{(11\lambda + 3)a}{4(2\lambda + 1)}$  දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.



$\lambda = 2$  යැයි ද  $A$  යනු  $S$  වස්තුවෙහි වත්තාකාර ගැටිය මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ද සිතමු.

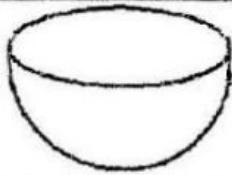
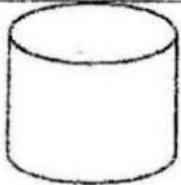
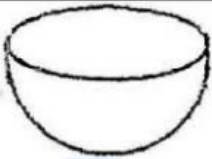
මෙම  $S$  වස්තුව රළු සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව සමතුලිතව තබා ගැනෙයි.  $A$  ලක්ෂ්‍යයට හා සිරස් බිත්තිය මත වූ  $B$  අඩල ලක්ෂ්‍යයකට ඇතුළු ඇති සෘජුලිඳු අවිභාජක තත්ත්වයට ආධාරයෙනි. මෙම සමතුලිත පිහිටීමේ දී  $S$  හි සමමිතික අක්ෂය බිත්තියට ලම්භව පිහිටන තෙර  $S$  හි අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨය  $B$  ලක්ෂ්‍යයට  $3a$  දුරක් සිරස් වෙන්ව පවතී.  $C$  ලක්ෂ්‍යයේ දී බිත්තිය ස්පර්ශ කරයි. (යම්ද රූපය බලන්න.)  $O, A, B$  හා  $C$  ලක්ෂ්‍ය බිත්තියට ලම්භ සිරස් තලයක පිහිටයි.  $\mu$  යනු බිත්තිය හා  $S$  හි අර්ධ ගෝලීය පෘෂ්ඨය අතර ස්පර්ශ සංගුණකය නම්,  $\mu \geq 3$  බව පෙන්වන්න.



5

සමමිතියෙන් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය  $G$ ,  $OA$  මත පිහිටයි.



| වස්තුව                                                                             | ස්කන්ධය                                         | ඉහළ දුර             |
|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|---------------------|
|   | $\frac{2}{3}\lambda\pi a^3\rho$ (5)             | $\frac{11}{8}a$ (5) |
|   | $\pi a^3\rho$ (5)                               | $\frac{1}{2}a$ (5)  |
|   | $\frac{2}{3}\pi a^3\rho$ (5)                    | $\frac{3}{8}a$ (5)  |
|  | $(\frac{2}{3}\lambda + \frac{1}{3})a^3\rho$ (5) | $\bar{x}$           |

සමමිතිය මගින් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සමමිතික අක්ෂය මත පිහිටයි.

$$\frac{1}{3}(2\lambda + 1)\pi a^3\rho\bar{x}_1 = \frac{11}{8}a \times \frac{2}{3}\pi a^3\lambda\rho + \frac{a}{2} \times \pi a^3\rho - \frac{3}{8}a \times \frac{2}{3}\pi a^3\rho$$

25

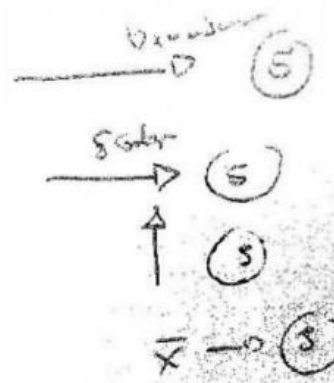
$$\frac{1}{3}(2\lambda + 1)\bar{x} = \frac{11}{8}a \times \frac{2\lambda}{3} + \frac{a}{2} - \frac{3a}{8} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{11\lambda}{12}a + \frac{a}{2} - \frac{a}{4} = \frac{1}{12}(11\lambda + 3)a$$

$$\bar{x} = \frac{(11\lambda + 3)a}{4(2\lambda + 1)}$$

10

75



$$\bar{x} = \frac{5a}{4}$$

$$\mu \geq \tan \alpha = \frac{QG}{GC} = \frac{\frac{9a}{4}}{\frac{3a}{4}} = 3.$$

$$\therefore \mu \geq 3.$$

$$\mu \geq \tan \alpha = \frac{QG}{GC} = \frac{\frac{9a}{4}}{\frac{3a}{4}} = 3.$$

35

$$Kc^3 p \left[ 1 + \frac{2}{3} \frac{p}{c} - \frac{2}{3} \frac{1}{c} \right] \quad \text{C}$$

$$TC_{ST} + 5 \times Q_1 + TS_{ST} = 45 \times \frac{Q_1}{2Q_1}$$

$$T \sin 45^\circ + F \cos 45^\circ = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$= 60 \times \frac{3}{4} \text{ A}$$

$$\rightarrow T \cos 45 = R \quad \text{--- (2)}$$

T-100/4

$$\therefore R + F = w$$

$$F = 3\omega/4$$

$$R = \omega/4$$

- 17.(a) අයත්තාගේ එක්තරා රැකියාවකට අදාළ කරන සියලුම අදාළකරුවන් අභියෝගාත්මක පරීක්ෂණයකට ලක්කිරීමට අවශ්‍ය වේ. මෙම අභියෝගාත්මක පරීක්ෂණයෙන් A ශ්‍රේණියක් ලබන අය රැකියාව සඳහා තෝරාගනු ලබන අතර, අනෙක් අදාළකරුවන් සම්පූර්ණ පරීක්ෂණයකට නියුක්ත විය යුතු ය. අදාළකරුවන්ගෙන් 60% ක් A ශ්‍රේණි ලබන නිසා ද ඒ අයගෙන් 40% ක් ගැහැණු අය බව ද සම්බන්ධයෙන් දී-යොග්‍ය බවට ඇත. සම්පූර්ණ පරීක්ෂණයට නියුක්ත දෙන අදාළකරුවන්ගෙන් 10% ක් පරීක්ෂණයෙන් තෝරාගනු ලබන අතර එයින් 70% ක් ගැහැණු අය වෙති.

(i) මෙම රැකියාව සඳහා පිරිමි අයකු තෝරාගනු ලැබීමේ,

(ii) රැකියාවට තෝරාගනු ලැබූ පිරිමි අයකු අභියෝගාත්මක පරීක්ෂණයට A ශ්‍රේණියක් ලබා ගැනීමේ, සම්භාවිතාව සොයන්න.

- (b) එක්තරා රෝගාලයක රෝගීන් 100 දෙනෙකුගේ ප්‍රතිකාර ලබා ගැනීමට පෙර රැඳී සිටි කාල (මිනිත්තුවලින්) එක් රැස් කරනු ලැබේ. එම එක් එක් කාලයෙන් මිනිත්තු 20ක් අඩු කිරීමෙන් ලැබෙන අන්තර් එක එකක් 10ක් අඩුවීමෙන් ලැබෙන අයගෙන් ව්‍යාප්තිය එකම ව්‍යුහයක් ඇති.

| අන්තර්තය | රෝගීන් සංඛ්‍යාව |
|----------|-----------------|
| -2 - 0   | 30              |
| 0 - 2    | 40              |
| 2 - 4    | 15              |
| 4 - 6    | 10              |
| 6 - 8    | 5               |

මෙම වගුවෙහි දී ඇති ව්‍යාප්තියෙහි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය නිශ්චය කරන්න.

ඒ නමුත්, රෝගීන් 100 දෙනා රැඳී සිටි කාලවල මධ්‍යන්‍යය  $\mu$  සහ සම්මත අපගමනය  $\sigma$  නිශ්චය කරන්න.

තව ද  $K = \frac{\mu - M}{\sigma}$  මගින් අර්ථ දැක්වනු ලබන සුරැකිත සංගුණකය  $K$  නිශ්චය කරන්න; මෙහි  $M$  යනු රෝගීන් 100 දෙනා රැඳී සිටි කාලවල මාතෘක වේ.

- (a)  $X$  = රැකියාව සඳහා පිරිමි අයකු තෝරීම

$A$  = අභියෝගාත්මක පරීක්ෂණය සඳහා A ශ්‍රේණියක් ලබා ගැනීම .

(i) 
$$P(X) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{93}{250}$$

10

0.372

10

10

30

(ii)  $P(A/X) = \frac{P(X \cap A)}{P(X)} = \frac{\frac{3 \times 3}{5 \times 5}}{\frac{93}{250}} = \frac{30}{31}$

30

(b)

| අගය පරාසය | $f$              | මධ්‍ය අගය $y$ | $y^2$ | $fy$              | $fy^2$              |
|-----------|------------------|---------------|-------|-------------------|---------------------|
| -2 - 0    | 30               | -1            | 1     | -30               | 30                  |
| 0 - 2     | 40               | 1             | 1     | 40                | 40                  |
| 2 - 4     | 15               | 3             | 9     | 45                | 135                 |
| 4 - 6     | 10               | 5             | 25    | 50                | 250                 |
| 6 - 8     | 5                | 7             | 49    | 35                | 245                 |
|           | $\Sigma f = 100$ |               |       | $\Sigma fy = 140$ | $\Sigma fy^2 = 700$ |

මධ්‍යන්‍යය:  $\mu_y = \frac{\Sigma fy}{\Sigma f} = \frac{140}{100} = \frac{7}{5}$

සම්මත අපගමනය:  $\sigma_y^2 = \frac{\Sigma fy^2}{\Sigma f} - \mu_y^2 = \frac{700}{100} - \frac{49}{25}$   $\sigma_y = \frac{\sqrt{504}}{10} \approx 2.24$

$y = \frac{x-20}{10} \Rightarrow x = 10y + 20$

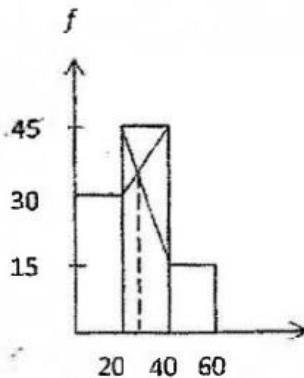
එබැවින්  $\mu = 10\mu_y + 20 = 10\left(\frac{7}{5}\right) + 20 = 34$

$\sigma = 10\sigma_y \approx 10(2.24) \approx 22.4$

45

20

මානය  $M$  සෙවීම සඳහා :



| y-හි පරාසය | x-හි පරාසය | සංඛ්‍යාතය |
|------------|------------|-----------|
| 2-0        | 0-20       | 30        |
| 0-2        | 20-40      | 40        |
| 2-4        | 40-60      | 15        |

5

$$\frac{d}{40-30} = \frac{20-d}{40-15} \Rightarrow d = \frac{40}{7} \Rightarrow M = 20 + \frac{40}{7} \approx 25.71$$

$$K = \frac{\mu - M}{\sigma} = \frac{34 - 25.71}{22.4} \approx 0.37$$

25

වෙනත් ක්‍රමයක්

$$M = L_{Mo} + c \left( \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) = 20 + 20 \left( \frac{10}{10 + 25} \right) = 25.71$$

| පරාසය | $x_i$ | $f_i$ | $f_i x_i$ | $f_i x_i^2$ |
|-------|-------|-------|-----------|-------------|
| 2-0   | -1    | 30    | -60       | 120         |
| 0-2   | 1     | 40    | 40        | 40          |
| 2-4   | 3     | 15    | 0         | 0           |
| 4-6   | 5     | 10    | 10        | 10          |
| 6-8   | 7     | 5     | 10        | 20          |

$\sum f_i = 100$   
 $\sum f_i x_i = 10$   
 $\sum f_i x_i^2 = 190$   
 $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{10}{100} = 0.1$   
 $\sigma^2 = \frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - (\bar{x})^2 = \frac{190}{100} - (0.1)^2 = 1.9 - 0.01 = 1.89$   
 $\sigma = \sqrt{1.89} \approx 1.37$