WWW.ALEVELAPI.COM

අ.පො.ස.(උ.පෙළ) විභාගය - 2019

10 - සංයුක්ත ගණිතය II

(නව නිර්දේශය)

ලකුණු බෙදීයාම

II පත්‍රය

A කොටස	:	10 × 25	= 250
B කොටස	:	05 × 150	= 750

එකතුව = 1000 / 10

II පත්‍රය අවසාන ලකුණ = 100

www.alevelapi.com

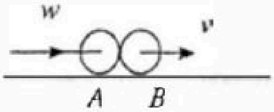
උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

1. එක එකක ස්කන්ධය m වූ A, B හා C අංශු තුනක් එම පිළිවෙළින්, සුමට තිරස් මේසයක් මත සරල රේඛාවක තබා ඇත. A අංශුවට u ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබන්නේ එය B අංශුව සමග සරල ලෙස ගැටෙන පරිදි ය. A අංශුව සමග ගැටුන පසු, B අංශුව චලනය වී C අංශුව සමග සරල ලෙස ගැටේ. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. පළමු ගැටුමෙන් පසුව B හි ප්‍රවේගය සොයන්න.

B හා C අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය ද e වේ. B සමග ගැටුමෙන් පසුව C හි ප්‍රවේගය ලියා දක්වන්න.

$\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ යෙදීමෙන්

A හා B සඳහා (පළමු ගැටුමට) $\rightarrow$:



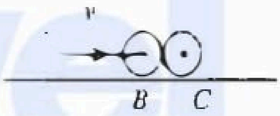
$$0 = mv + mw - mu \quad (5)$$

$$\Rightarrow v + w = u \text{ ——— (i)}$$

නිව්ටන් ප්‍රත්‍යාගති නියමය :

$$v - w = eu \text{ ——— (ii)} \quad (5)$$

$$\therefore \text{(i)} + \text{(ii)} \Rightarrow v = \frac{(1+e)}{2}u \quad (5)$$



$\therefore$ පළමු ගැටුමට පසුව B හි ප්‍රවේගය $= \frac{1}{2}(1+e)u$.

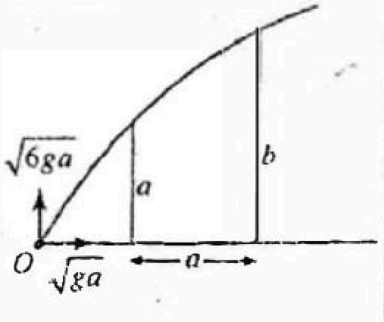
v මගින් u ප්‍රතිස්ථාපනය කිරීමෙන්, B සමග ගැටුමට පසුව C හි ප්‍රවේගය $= \frac{1}{2}(1+e)v$ (5)

$$= \frac{1}{4}(1+e)^2 u \quad (5)$$

25

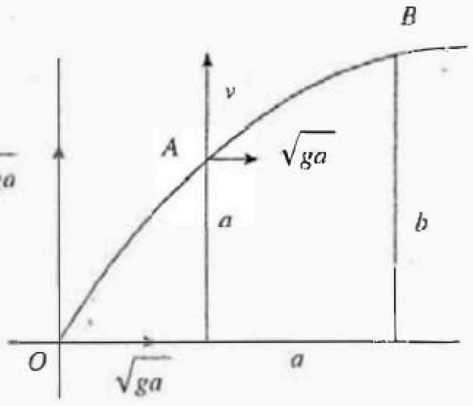
2. තිරස් හා සිරස් සංරචක පිළිවෙළින් $\sqrt{ga}$ හා $\sqrt{6ga}$ සහිත ප්‍රවේගයකින් තිරස් ගෙබිමක් මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, එකිනෙකට a තිරස් දුරකින් පිහිටි උස a හා b වූ සිරස් තාප්ප දෙකකට යාන්තමින් ඉහළින් අංශුව යයි. උස a වූ තාප්පය පසු කරන විට අංශුවේ ප්‍රවේගයෙහි සිරස් සංරචකය $2\sqrt{ga}$ බව පෙන්වන්න.

$b = \frac{5a}{2}$ බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.



A level ඇපි උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

අංශුව, උස a වූ තාප්පය පසුකර යනවිට, එහි සිරස් ප්‍රවේග සංරචකය v යැයි සිතමු.



O සිට A දක්වා, $\uparrow$ $v^2 = u^2 + 2as$:

$v^2 = 6ga - 2g \cdot a = 4ga$ (5)

$\therefore v = 2\sqrt{ga}$ (5)

අමතර T කාලයකට පසුව එය දෙවන බිත්තිය

පසුකර යයි නම්,

A සිට B දක්වා $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ $\rightarrow$ හා $\uparrow$, යෙදීමෙන්

$a = \sqrt{ga} \cdot T.$ (5)

හා $b - a = 2\sqrt{ga} \cdot T - \frac{1}{2}gT^2$ (5)

T ඉවත් කිරීමෙන්, $b - a = 2\sqrt{ga} \cdot \sqrt{\frac{a}{g}} - \frac{1}{2}g \cdot \frac{a}{g}$

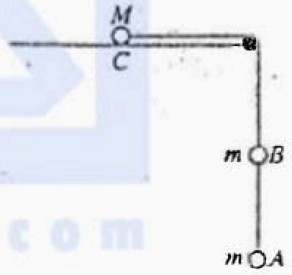
$\therefore b = a + 2a - \frac{a}{2}$

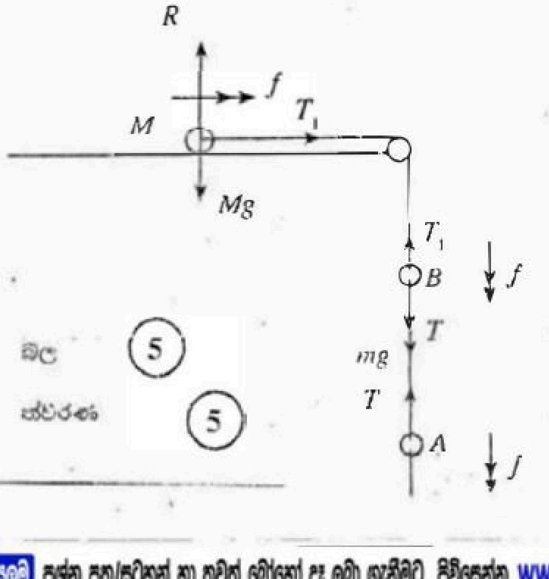
එනම්, $b = \frac{5a}{2}$ (5)

25

---

3. රූපයෙහි A, B හා C යනු ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m, m හා M වූ අංශු වේ. A හා B අංශු සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. සුමට තිරස් මේසයක් මත වූ C අංශුව, මේසයේ දාරයට සවිකර ඇති සුමට කුඩා කප්පියක් මතින් යන තවත් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් B ට ඈඳා ඇත. අංශු හා තන්තු සියල්ලම එකම සිරස් තලයක පිහිටයි. තන්තු නොබුරුල්ව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. A හා B යා කරන තන්තුවේ ආතතිය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.





$\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන්

A සඳහා $\downarrow$ $mg - T = mf$ (5)

B සඳහා $\downarrow$ $T + mg - T_1 = mf$, (5)

C සඳහා $\rightarrow$ $T_1 = Mf$ (5)

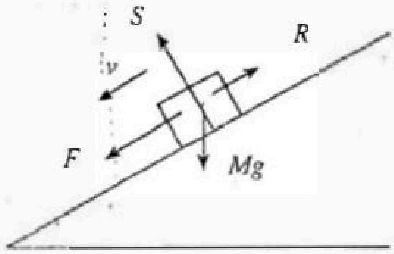
බල (5)

ත්වරණ (5)

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

4. ස්කන්ධය M kg හා P kW නියත ජවයකින් යුත් කාරයක් තිරසට α කෝණයකින් ආනත සෘජු මාර්ගයක් දිගේ පහළට චලනය වේ. එහි චලිතයට $R\,(> Mg\sin\alpha)$ N නියත ප්‍රතිරෝධයක් ඇත. එක්තරා මොහොතක දී කාරයේ ත්වරණය a ms^{-2} වේ. මෙම මොහොතේ දී කාරයේ ප්‍රවේගය සොයන්න.
මාර්ගය දිගේ පහළට කාරයට චලනය විය හැකි නියත වේගය $\dfrac{1000P}{R - Mg\sin\alpha}$ ms^{-1} බව අපෝහනය කරන්න.



කාරයෙහි වේගය v ms^{-1} වන විට,

ප්‍රකර්ෂණ බලය $F = \dfrac{1000P}{v}$ (5)

ත්වරණය a ms^{-2} වන මොහොතේ දී,

$\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන්

↙ $F + Mg\sin\alpha - R = Ma.$ (10)

$\Rightarrow \dfrac{1000P}{v} + Mg\sin\alpha - R = Ma$

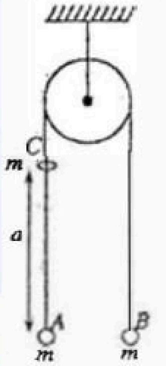
$\therefore \quad v = \dfrac{1000P}{R - Mg\sin\alpha + Ma}$ (5)

කාරය නියත වේගයෙන් චලනය වන විට $a = 0$ වන අතර නියත වේගයේ අගය

$v = \dfrac{1000P}{R - Mg\sin\alpha}$ (5)

25

5. එක එකක ස්කන්ධය m වූ A හා B අංශු දෙකක්, අචල සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඈඳා සමතුලිතතාවයේ එල්ලෙයි. A ට සිරස්ව a දුරක් ඉහළින් වූ ලක්ෂ්‍යයකින් නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරින ලද ස්කන්ධය m ම වූ C කුඩා පබළුවක් ගුරුත්වය යටතේ නිදහසේ චලනය වී A සමග ගැටී හා වේ. (රූපය බලන්න.) A හා C අතර ගැටුම සිදු වන මොහොතේ දී තන්තුවේ ආවේගය ද ඉහත ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු B ලබා ගන්නා ප්‍රවේගය ද නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



$v^2 = u^2 + 2as$ ↓ යෙදීමෙන්,

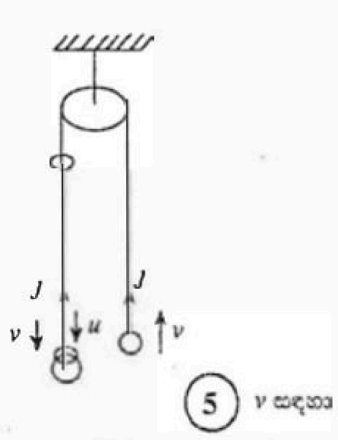
a දුරක් වැටීමේදී C ලබා ගන්නා ප්‍රවේගය $u = \sqrt{2ga}$ (5)

C හා A ගැටෙන මොහොතේදී තන්තුවේ ආවේගය J යැයිද,

ගැටුමට මොහොතකට පසුව B හි ප්‍රවේගය v යැයිද ගනිමු.

එවිට, $\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ යෙදීමෙන්

B සඳහා ↑ $J = mv.$ (5)



(5) v සඳහා

A හා C සඳහා ↓ $-J = (m + m)v - mu.$ (10)

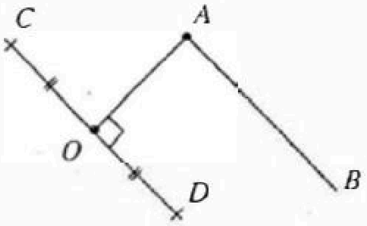
25

එනම් $-J = 2mv - m\sqrt{2ga}.$

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

6. සුපුරුදු අංකනයෙන්, O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $2\mathbf{i} + \mathbf{j}$ හා $3\mathbf{i} - \mathbf{j}$ යැයි ගනිමු. $A\hat{O}C = A\hat{O}D = \dfrac{\pi}{2}$ හා $OC = OD = \dfrac{1}{3}AB$ වන පරිදි වූ C හා D ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකෙහි පිහිටුම් දෛශික සොයන්න.

සටහන :



$\overrightarrow{OA} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$

$\overrightarrow{OB} = 3\mathbf{i} - \mathbf{j}$

$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$

$= -(2\mathbf{i} + \mathbf{j}) + (3\mathbf{i} - \mathbf{j})$

$= \mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ (5)

$\therefore AB = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$

$\overrightarrow{OC} = x\mathbf{i} + y\mathbf{i}$ යැයි ගනිමු.

$\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OC}$ නිසා, $(2\mathbf{j} + \mathbf{j}) \cdot (x\mathbf{i} + y\mathbf{j}) = 0$

$\therefore y = -2x$ (5)

$OC = \dfrac{1}{3}AB$ නිසා, $\sqrt{x^2 + 4x^2} = \dfrac{1}{3}\sqrt{5}$ (5)

$\therefore \quad x^2 = \dfrac{1}{9}$

මෙම සමීකරණ D හි ඛණ්ඩාංක සඳහා ද වලංගු වේ.

එම නිසා, $x = \pm \dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = \dfrac{1}{3} \\ y = -\dfrac{2}{3} \end{array} \right\}$ (5) ; $\left. \begin{array}{l} x = -\dfrac{1}{3} \\ y = \dfrac{2}{3} \end{array} \right\}$ (5)

එම නිසා, C හා D හි පිහිටුම් දෛශික වන්නේ, $\dfrac{1}{3}\mathbf{i} - \dfrac{2}{3}\mathbf{j}$ හා $-\dfrac{1}{3}\mathbf{i} + \dfrac{2}{3}\mathbf{j}$ වේ.

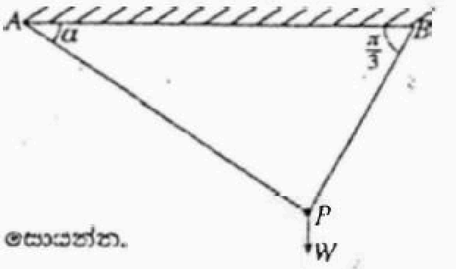
25

(4)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

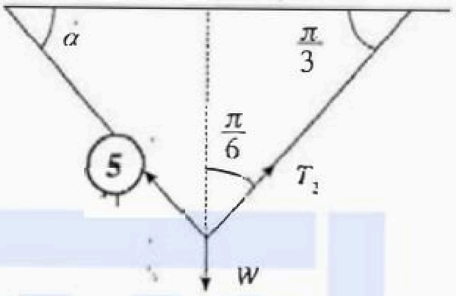
7. තිරස සමග පිළිවෙළින් α හා $\frac{\pi}{3}$ කෝණ සාදන AP හා BP සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකක් මගින් තිරස් සිවිලිමකින් එල්ලා ඇති බර W වූ P අංශුවක්, රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සමතුලිතතාවයේ පවතී. AP තන්තුවේ ආතතිය, W හා α ඇසුරෙන් සොයන්න.

ඒ නයින්, මෙම ආතතියේ අවම අගයත් එයට අනුරූප α හි අගයත් සොයන්න.



ලාමි ප්‍රමේයයෙන්,

$$\frac{T_1}{\sin\frac{\pi}{6}} = \frac{W}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \frac{\pi}{6}\right)} \quad (10)$$

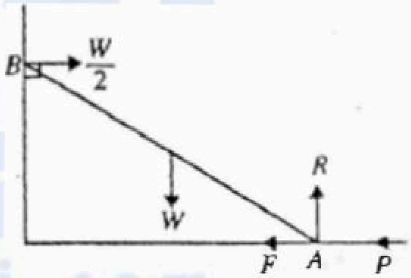


$$\therefore T_1 = \frac{W}{2\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)} \quad (5)$$

එම නිසා AP හි T_1 ආතතියේ අවම අගය $= \frac{W}{2}$ වන අතර, T_1 හි අවමයට අනුරූප α හි අගය $\alpha = \frac{\pi}{6}$ වේ.

(5) **25**

8. දිග $2a$ හා බර W වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක් එහි A කෙළවර රළු තිරස් ගෙබිමක් මත ද B කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව ද තබා ඇත. බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක දණ්ඩ සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ A කෙළවරේ දී බිත්තිය දෙසට යෙදූ විශාලත්වය P වන තිරස් බලයක් මගිනි. රූපයේ F හා R මගින් පිළිවෙළින් A හි දී ඝර්ෂණ බලය හා අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව දක්වා ඇත. B හි දී බිත්තිය මගින් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව, රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි $\frac{W}{2}$ ද දණ්ඩ හා ගෙබිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{4}$ ද නම්, $\frac{W}{4} \leq P \leq \frac{3W}{4}$ බව පෙන්වන්න.



දණ්ඩේ සමතුලිතතාව සඳහා

විභේදනයෙන් $\uparrow \; R - W = 0.$ (5)

$\leftarrow \; P + F - \frac{W}{2} = 0.$ (5)

$\therefore F = \frac{W}{2} - P$ (5)

$\because |F| \leq \mu R$

(5)

$\left|\frac{W}{2} - P\right| \leq \frac{1}{4} W$

$\Rightarrow -\frac{1}{4} W \leq \frac{W}{2} - P \leq \frac{1}{4} W$

$\Rightarrow \frac{W}{4} \leq P \leq \frac{3W}{4}$ (5)

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

9. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(A \cap B) = \frac{2}{5}$ හා $P(A' \cap B) = \frac{1}{10}$ බව දී ඇත. $P(B)$ හා $P(A' \cap B')$ සොයන්න; මෙහි A' හා B' වලින් පිළිවෙළින් A හා B හි අනුපූරක සිද්ධි දැක්වේ.

$$P(B) = P\big((A \cap B) \cup (A' \cap B)\big) = P(A \cap B) + P(A' \cap B) \quad (5)$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{1}{10}$$

$$\therefore P(B) = \frac{1}{2} \quad (5)$$

$$P(A' \cap B') = P\big((A \cup B)'\big)$$

$$= 1 - P(A \cup B) \quad (5)$$

$$= 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] \quad (5)$$

$$= 1 - [\frac{3}{5} + \frac{1}{2} - \frac{2}{5}]$$

$$= 1 - \frac{7}{10}$$

$$\therefore P(A' \cap B') = \frac{3}{10} \quad (5)$$

25

10. එක එකක් 5 ට අඩු ධන නිඛිල පහකට මාතයන් දෙකක් ඇති අතර ඉන් එකක් 3 වේ. ඒවායේ මධ්‍යන්‍යය හා මධ්‍යස්ථය යන දෙකම 3 ට සමාන වේ. මෙම නිඛිල පහ සොයන්න.

මධ්‍යස්ථය = 3 හා ප්‍රභින්න මාත දෙකක් සහිතව පහට අඩු සංඛ්‍යා පහක්, ආරෝහණ පිළිවෙළට සකස් කළ විට පහත දැක්වෙන ආකාර දෙකකි.

$a, a, 3, 3, 4$ (5)

- $b, 3, 3, 4, 4$ (5)

මධ්‍යන්‍යය 3 බැවින් ඒවායේ ඓක්‍යය 15 වේ.

එවිට $2a + 10 = 15$; $a = \frac{5}{2}$, # (5)

හෝ $b + 14 = 15$; $b = 1$. (5)

$\therefore$ සංඛ්‍යා පහ වන්නේ 1, 3, 3, 4, 4 (5)

25

A level Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

11. (a) P හා Q මෝටර් රථ දෙකක් සෘජු පාරක් දිගේ නියත ත්වරණ සහිතව එකම දිශාවකට චලනය වේ. කාලය $t = 0$ හි දී P හි ප්‍රවේගය u m s^{-1} ද Q හි ප්‍රවේගය $(u + 9)$ m s^{-1} ද වේ. P හි නියත ත්වරණය f m s^{-2} ද Q හි නියත ත්වරණය $\left(f + \frac{1}{10}\right)$ m s^{-2} ද වේ.

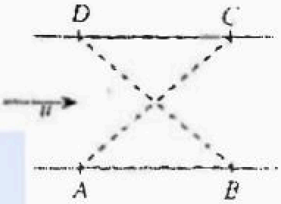
(i) $t \geq 0$ සඳහා P හා Q හි චලිතවලට, එකම රූපයක හා

(ii) $t \geq 0$ සඳහා P ට සාපේක්ෂව Q හි චලිතයට, වෙනම රූපයක,

ප්‍රවේග-කාල වක්‍රවල දළ සටහන් අඳින්න.

කාලය $t = 0$ හි දී P මෝටර් රථය Q මෝටර් රථයට වඩා මීටර 200 ක් ඉදිරියෙන් සිටි බව තවදුරටත් දී ඇත. P පසුකර යෑමට Q මගින් ගනු ලබන කාලය සොයන්න.

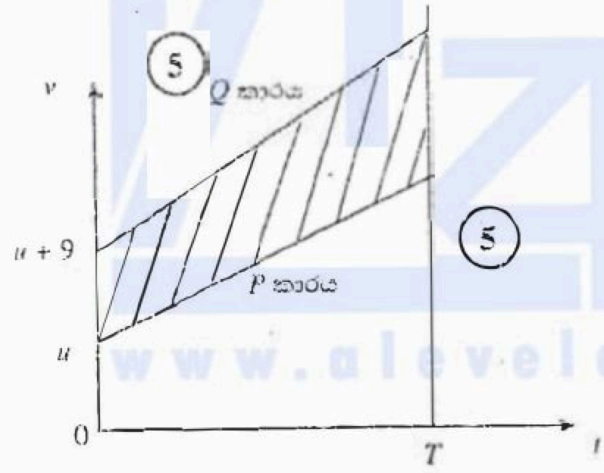
(b) සමාන්තර සෘජු ඉවුරු සහිත පළල a වූ ගඟක් u ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගලයි. රූපයෙහි, A, B, C හා D යනු ඉවුරු මත වූ ලක්ෂ්‍ය සමචතුරස්‍රයක ශීර්ෂ වේ. ජලයට සාපේක්ෂව නියත $v(> u)$ වේගයෙන් චලනය වන B_1 හා B_2 බෝට්ටු දෙකක් එකම මොහොතක A සිට ඒවායේ ගමන් ආරම්භ කරයි. B_1 බෝට්ටුව පළමුව $\overrightarrow{AC}$ දිගේ C වෙත ගොස් ඉන්පසු $\overrightarrow{CD}$ දිශාවට ගඟ දිගේ ඉහළට D වෙත යයි. B_2 බෝට්ටුව පළමුව $\overrightarrow{AB}$ දිශාවට ගඟ දිගේ පහළට B වෙත ගොස් ඉන්පසු $\overrightarrow{BD}$ දිගේ D වෙත යයි. එකම රූපයක, B_1 හි A සිට C දක්වා ද B_2 හි B සිට D දක්වා ද චලිත සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් අඳින්න.



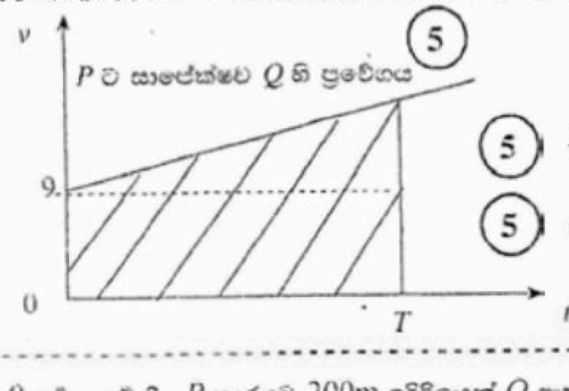
ඒ නයින්, A සිට C දක්වා චලිතයේ දී B_1 බෝට්ටුවේ වේගය $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{2v^2 - u^2} + u\right)$ බව පෙන්වා B සිට D දක්වා චලිතයේ දී B_2 බෝට්ටුවේ වේගය සොයන්න.

B_1 හා B_2 බෝට්ටු දෙකම එකම මොහොතක දී D වෙත ළඟා වන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(a)



10



(5) $\underline{v}(Q, P) = (u + 9) - u = 9.$

(5) $a\,(Q, P) = \left(f + \frac{1}{10}\right) - f = \frac{1}{10}.$

15

$t = 0$ වේලාවේ දී, P කාරයට 200m ඉදිරියෙන් Q ඇත.

අඳුරු කළ කොටසෙහි වර්ගඵලය (ප්‍රස්තාර දෙකෙන් ඕනෑම එකක) $= 200.$ (5)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

P පසුකර යැමට ගන්නා කාලය T යැයි ගනිමු.

$\therefore \frac{1}{2}T\left(9+9+\frac{1}{10}T\right) = 200$ (5) (5)

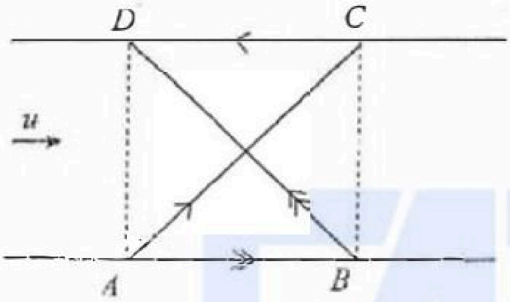
$\Rightarrow \quad T^2 + 180T - 4000 = 0$ (5)

$\Rightarrow \quad (T-20)(T+200) = 0$

$T > 0$ බැවින්, $T = 20.$ (5)

25

(b)



සටහන

$\mathbf{V}(B_1, E) = \nearrow \frac{\pi}{4}$, (5) $\quad \mathbf{V}(B_2, E) = \frac{\pi}{4} \nwarrow$ (5)

$\mathbf{V}(W, E) = \rightarrow u,$ (5)

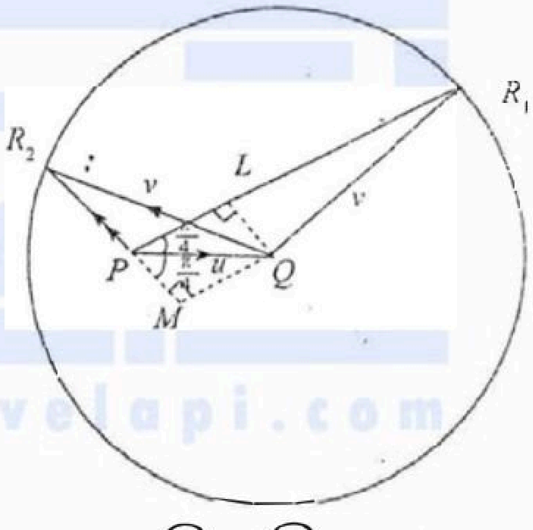
$\mathbf{V}(B_i, W) = v$, for $i = 1, 2.$

$\mathbf{V}(B_i, E) = \mathbf{V}(B_i, W) + \mathbf{V}(W, E)$ (10)

$\quad = \mathbf{V}(W, E) + \mathbf{V}(B_i, W)$

$\quad = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR_i} \quad i = 1, 2$

$\quad = \overrightarrow{PR_i}, \quad i = 1, 2$



(15) + (15)

55

PQR_1 ත්‍රිකෝණයේ,

$PR_1 = PL + LR_1$

$= \frac{u}{\sqrt{2}} + \sqrt{v^2 - \left(\frac{u}{\sqrt{2}}\right)^2}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\sqrt{2v^2 - u^2} + u\right]$ (10)

(8)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

A සිට C දක්වා B_1 හි වේගය $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{2v^2 - u^2} + u\right)$

PQR_2 ත්‍රිකෝණයේ,

$$PR_2 = MR_2 - MP = \sqrt{v^2 - \left(\frac{u}{\sqrt{2}}\right)^2} - \frac{u}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{2v^2 - u^2} - u\right) \quad (10)$$

20

A සිට C දක්වා $\overrightarrow{AC}$ දිගේ චලනය වීමට හා ඊළඟට C සිට D දක්වා $\overrightarrow{CD}$ දිගේ චලනය වීමට B_1 ගන්නා කාලය වන්නේ

$$T_1 = \frac{a\sqrt{2}}{PR_1} + \frac{a}{v-u} \quad (5)$$

A සිට B දක්වා $\overrightarrow{AB}$ දිගේ චලනය වීමට හා ඊළඟට B සිට D දක්වා $\overrightarrow{BD}$ දිගේ චලනය වීමට B_2 ගන්නා කාලය වන්නේ

$$T_2 = \frac{a}{v+u} + \frac{a\sqrt{2}}{PR_2} \quad (5)$$

$$T_2 - T_1 = a\sqrt{2}\left(\frac{1}{PR_2} - \frac{1}{PR_1}\right) - a\left(\frac{1}{v-u} - \frac{1}{v+u}\right) \quad (5)$$

$$= a\sqrt{2}\left(\frac{PR_1 - PR_2}{PR_1 \cdot PR_2}\right) - \frac{2au}{v^2 - u^2}$$

$$= \frac{a\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\,u}{\frac{1}{2}\left[(2v^2 - u^2) - u^2\right]} - \frac{2au}{v^2 - u^2} \quad (5)$$

$$= \frac{2au}{v^2 - u^2} - \frac{2au}{v^2 - u^2}$$

$$= 0. \quad (5)$$

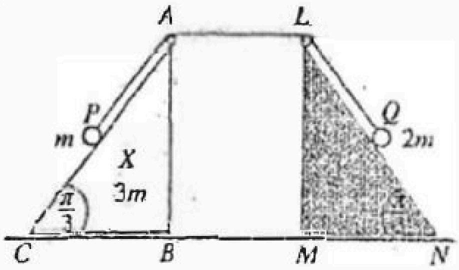
එම නිසා, B_1 හා B_2 බෝට්ටු දෙකම එකම මොහොතේ D වෙත ළඟා වේ.

25

ඉ

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

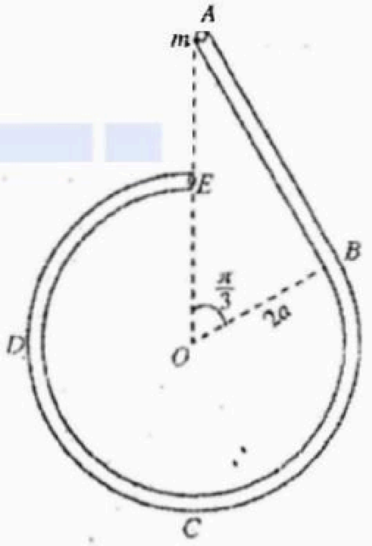
12. (a) රූපයෙහි ABC හා LMN ත්‍රිකෝණ, $A\hat{C}B = L\hat{N}M = \frac{\pi}{3}$ හා $A\hat{B}C = L\hat{M}N = \frac{\pi}{2}$ වූ BC හා MN අඩංගු මුහුණත් සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත තබන ලද පිළිවෙළින් X හා Y සර්වසම සුමට ඒකාකාර කුඤ්ඤ දෙකක ගුරුත්ව කේන්ද්‍ර තුළින් වූ සිරස් හරස්කඩ වේ. ස්කන්ධය $3m$ වූ X කුඤ්ඤය ගෙබිම මත චලනය වීමට නිදහස් වන අතර Y කුඤ්ඤය අචලව තබා ඇත. AC හා LN රේඛා අදාළ මුහුණත්වල උපරිම බෑවුම් රේඛා වේ. A හා L හි සවිකර ඇති සුමට කුඩා කප්පි දෙකක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවර ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m හා $2m$ වූ P හා Q අංශු දෙකකට ඈඳා ඇත. රූපයේ පරිදි ආරම්භක පිහිටීමේ දී, තන්තුව තොබුරුල්ව හා $AP = AL = LQ = a$ වන ලෙස P හා Q අංශු පිළිවෙළින් AC හා LN මත අල්වා තබා ඇත. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. Y වෙත යාමට X ගනු ලබන කාලය, a හා g ඇසුරෙන් නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබා ගන්න.



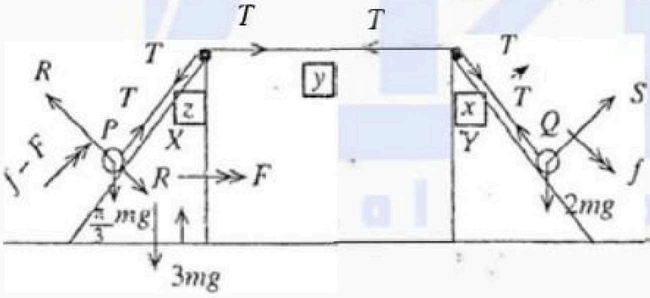
(b) රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි සුමට සිහින් $ABCDE$ බටයක් සිරස් තලයක සවිකර ඇත. දිග $2\sqrt{3}a$ වූ AB කොටස සෘජු වන අතර එය B හි දී අරය $2a$ වූ $BCDE$ වෘත්තාකාර කොටසට ස්පර්ශක වේ. A හා E අන්ත O කේන්ද්‍රයට සිරස්ව ඉහළින් පිහිටයි. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් A හි දී බටය තුළ තබා නිශ්චලතාවයේ සිට සීරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. $\overrightarrow{OA}$ සමග $\theta\left(\frac{\pi}{3} < \theta < 2\pi\right)$ කෝණයක් $\overrightarrow{OP}$ සාදන විට P අංශුවේ වේගය, v යන්න, $v^2 = 4ga(2-\cos\theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා, එම මොහොතේ දී P අංශුව මත බටයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

P අංශුව A සිට B දක්වා චලිතයේ දී එය මත බටයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.

P අංශුව B පසු කරන විට P අංශුව මත බටයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව ක්ෂණිකව වෙනස් වන බව පෙන්වන්න.



(a)



බල (15)

ත්වරණ (20)

Acc of (X, E) $=$ $\rightarrow\!\!\!\rightarrow F$

Acc of (Q, E) $=$ f (along the incline at $\frac{\pi}{3}$), ($\because$ Y අචල නිසා)

Acc of (P, X) $=$ $f - F$ $\nearrow$

$\therefore$ Acc of (P, E) $=$ $\rightarrow\!\!\!\rightarrow F$ $+$ $f - F$ (at $\frac{\pi}{3}$)

$x + y + z$ නියතයකි.

$\Rightarrow \ddot{x} + \ddot{y} + \ddot{z} = 0$

$\Rightarrow -\ddot{z} = \ddot{x} - (-\ddot{y})$

$= f - F$

$\mathrm{F} = m\mathrm{a}$ යෙදීමෙන්

P අංශුවට X හි චලිතය සඳහා ;

$\rightarrow T = 3mF + m\left(F + \frac{f - F}{2}\right)$ (15)

10

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

P හි චලිතය සඳහා ;

$$\nearrow \tfrac{\pi}{3} \quad T - mg\frac{\sqrt{3}}{2} = m\left(f - F + \frac{F}{2}\right) \quad (10)$$

Q හි චලිතය සඳහා ;

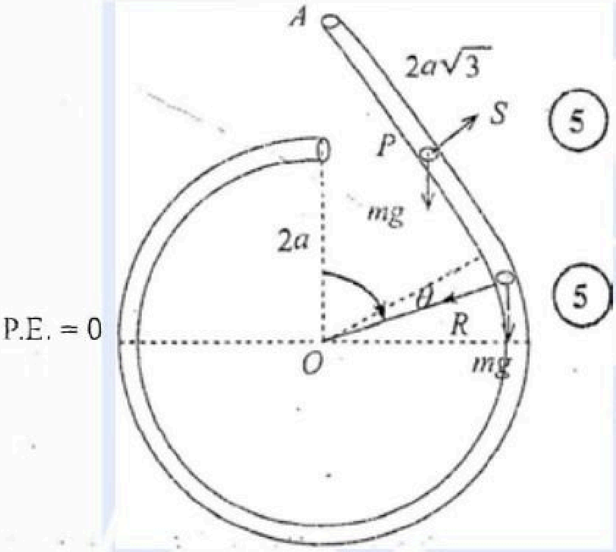
$$\searrow \tfrac{\pi}{3} \quad 2\,mg\frac{\sqrt{3}}{2} - T = 2mft \quad (10)$$

X ට Y වෙත ළඟා වීමට ගත වන කාලය t :

$$a = \frac{1}{2}Ft^2 \quad (10) \qquad \left(s = ut + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \text{for } X\right)$$

80

(b)



(5) (5)

P අංශුවට ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්,

$$\frac{1}{2}mv^2 + mg\,(2a\cos\theta) = 0 + mg.\,4a \quad (15)$$

$$\Rightarrow \quad v^2 = 4ga\,(2 - \cos\theta),\ \frac{\pi}{3} < \theta < 2\pi \quad (5)$$

නළය ඇතුළත වෘත්ත චලිතය සඳහා **F = ma** ↙ :

$$mg\cos\theta + R = \frac{mv^2}{2a} = 2mg\,(2 - \cos\theta) \quad (10) + (5)$$

$$\Rightarrow \quad R = mg\,(4 - 3\cos\theta) > 0 \quad \text{— (i)} \quad (5)$$

$\therefore$ මෙම ප්‍රතික්‍රියාව O කේන්ද්‍රය වෙතට වේ.

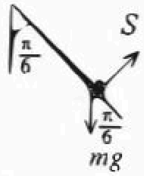
50

---

(11)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

සෘජු තලය ඇතුළත චලිතය සඳහා $\mathbf{F} = \mathrm{m}a$ ↗ :



$$S - mg\cos\frac{\pi}{3} = m\,(0)$$

$$S = \frac{mg}{2} \quad (5)$$

B වෙත ළඟා වීමට මොහොතකට පෙර ප්‍රතික්‍රියාව $= \frac{mg}{2}$ ↗ (5)

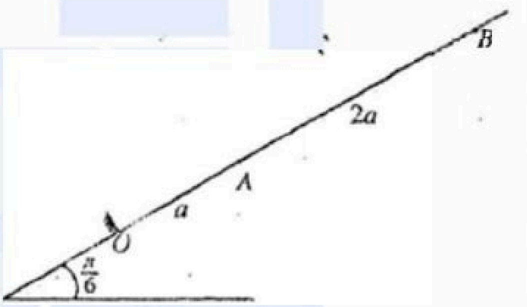
B වෙත පසු කර මොහොතකට පසු ප්‍රතික්‍රියාව $= \frac{5}{2}\, mg$ ↙ (5)

ඒ අනුව, B හිදී ප්‍රතික්‍රියාව විශාලත්වයෙන් $\frac{mg}{2}$ සිට $\frac{5}{2}mg$ දක්වා වෙනස් වන අතර දිශාව පිටත සිට ඇතුළතට වෙනස් වේ. (5)

20

---

13. තිරසට $\frac{\pi}{6}$ කෝණයකින් ආනත සුමට අචල තලයක උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් මත $OA = a$ හා $AB = 2a$ වන පරිදි O පහළම ලක්ෂ්‍යය ලෙස ඇති O, A හා B ලක්ෂ්‍ය එම පිළිවෙළින් පිහිටා ඇත. ස්වාභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් O ලක්ෂ්‍යයට ඈඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ඈඳා ඇත. P අංශුව B ලක්ෂ්‍යය තෙක් ළඟා වන තෙක් තන්තුව OAB රේඛාව දිගේ අදිනු ලැබේ. ඉන්පසු P අංශුව නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. B සිට A දක්වා P හි චලිත සමීකරණය, $0 \le x \le 2a$ සඳහා, $\ddot{x} + \frac{g}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $AP = x$ වේ.



$y = x + \frac{a}{2}$ යැයි ගෙන ඉහත චලිත සමීකරණය $\frac{a}{2} \le y \le \frac{5a}{2}$ සඳහා $\ddot{y} + \omega^2 y = 0$ ආකාරයෙන් නැවත ලියන්න; මෙහි $\omega = \sqrt{\frac{g}{a}}$ වේ.

ඉහත සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රය සොයා $\dot{y}^2 = \omega^2(c^2 - y^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්, c විස්තාරය හා A වෙත ළඟා වන විට P හි ප්‍රවේගය සොයන්න.

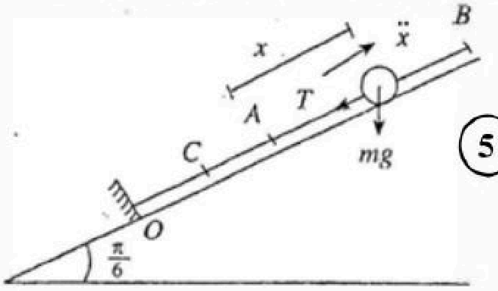
O වෙත ළඟා වන විට P හි ප්‍රවේගය $\sqrt{7ga}$ බව පෙන්වන්න.

B සිට O දක්වා චලනය වීමට P මගින් ගනු ලබන කාලය $\sqrt{\frac{a}{g}}\left\{\cos^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) + 2k\right\}$ බවත් පෙන්වන්න; මෙහි $k = \sqrt{7} - \sqrt{6}$ වේ.

P අංශුව O වෙත ළඟා වන විට, තලයට ලම්බව O හි සවිකර ඇති සුමට බාධකයක් හා එය ගැටෙයි. බාධකය හා P අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. $0 < e \le \frac{1}{\sqrt{7}}$ නම්, පසුව සිදු වන P හි චලිතය සරල අනුවර්තී නොවන බව පෙන්වන්න.

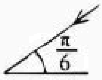
(12)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .



(5)

P හි චලිතය සඳහා : $\underline{F} = m\underline{a}$ ↙



$$T + mg\,\frac{1}{2} = m(-\ddot{x}) \text{ — (i)}$$ (10)

$$T = mg\left(\frac{x}{a}\right) \text{ — (ii)}$$ (5)

(i) හා (ii) න් $\Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{g}{a}\left(x + \frac{g}{2}\right) = 0, \quad 0 \le x \le 2a.$

(5)

25

$y = x + \frac{a}{2}$ ලිවීමෙන් $\ddot{y} = \ddot{x}$ ලැබේ. (5)

$\ddot{y} + \omega^2 y = 0, \ \frac{a}{2} \le y \le \frac{5a}{2}$. (5)

මෙහි $\omega^2 = \frac{g}{a}$ වේ.

10

සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රය C, $\ddot{x} = 0$ එනම් $y = 0$ හෝ $x = \frac{-a}{2}$. (5) + (5)

මේ අනුව C ලක්ෂ්‍යය, OA මත $OC = \frac{a}{2}$ වන පරිදි වේ. (OA හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයයි.)

c විස්තාරය, දෙනු ලබන සූත්‍රය $\dot{y}^2 = \omega^2(c^2 - y^2)$

මෙහි $\omega^2 = \frac{g}{a}$ වේ.

B හිදී, $y = \frac{5a}{2}$ වන විට $\dot{y} = 0$. (5)

$\therefore 0 = \omega^2\left(c^2 - \left(\frac{5a}{2}\right)^2\right) \Rightarrow c = \frac{5a}{2}$. (5)

අංශුව, A ලක්ෂ්‍යය කරා ළඟා වන විට එහි ප්‍රවේගය u යැයි ගනිමු.

A හිදී $y = \frac{a}{2}$, $u^2 = \frac{g}{a}\left(\left(\frac{5a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right)$. (5) + (5)

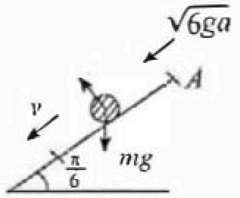
$\Rightarrow \quad u = \sqrt{6ga}$. (5)

35

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

A සිට O දක්වා P හි චලිතය

මෙම චලිතය තලය මත ගුරුත්වය යටතේ වේ.



$v^2 = u^2 + 2fs$ යෙදීමෙන්

↙ $v^2 = 6ga + 2\left(\frac{g}{2}\right).a$ (5)

$\therefore v^2 = 7ga$

$\therefore v = \sqrt{7ga}$ (5)

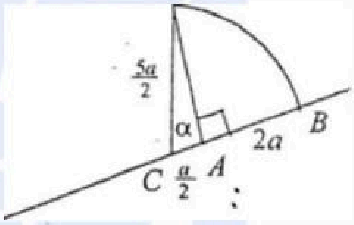
[10]

සරල අනුවර්ති චලිතය යටතේ B සිට A දක්වා P ගන්නා t_1 කාලය.

$\omega t_1 = \alpha$. (5) දැන් $\cos\alpha = \dfrac{\frac{a}{2}}{\frac{5a}{2}} = \frac{1}{5}$. (5)

$\therefore t_1 = \sqrt{\frac{a}{g}}\left(\cos^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)\right)$. (5)

ඊළඟට, A සිට O දක්වා චලිතයට P ගන්නා t_2 කාලය.



$v = u + at$ යෙදීමෙන් (5)

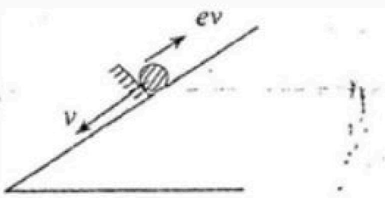
↙ $\sqrt{7ga} = \sqrt{6ga} + \frac{g}{2} t_2$

$\therefore t_2 = 2\sqrt{\frac{a}{g}}\left(\sqrt{7} - \sqrt{6}\right)$ (5) $= 2k\sqrt{\frac{a}{g}}$, මෙහි $k = \sqrt{7} - \sqrt{6}$.

$\therefore$ B සිට O දක්වා ගතවන කාලය (5)

$t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{a}{g}}\left(\cos^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) + 2k\right)$, මෙහි $k = \sqrt{7} - \sqrt{6}$.

[35]



O හි සුමට බාධකය සමග ගැටීමට මොහොතකට පසුව P හි වේගය $ev = e\sqrt{7ga}$ (5)

$0 < z \le a$ වේ නම් අංශුවේ පසුව එන චලිතය සරල අනුවර්තී නොවේ; මෙහි z යනු ගුරුත්වය යටතේ, තලයේ ඉහළට චලනය වන දුර වේ. (10)

$v^2 = u^2 + 2as$ යෙදීමෙන්, (5)

↗ $0 = (ev)^2 - 2\left(\frac{g}{2}\right)z$ (14)

www.alevelapi.com

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

$\Rightarrow \quad z = 7e^2a$ (5)

දැන්, $0 < z \leq a$

$\Leftrightarrow \quad 0 < 7e^2a \leq a$ (5)

$\Leftrightarrow \quad 0 < e \leq \frac{1}{\sqrt{7}}$. (5)

35

---

14. (*a*) $OACB$ යනු සමාන්තරාස්‍රයක් යැයි ද D යනු AC මත $AD : DC = 2 : 1$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු. O අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\lambda\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ වේ; මෙහි $\lambda > 0$ වේ. $\overrightarrow{OC}$ හා $\overrightarrow{BD}$ දෛශික, $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ හා λ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

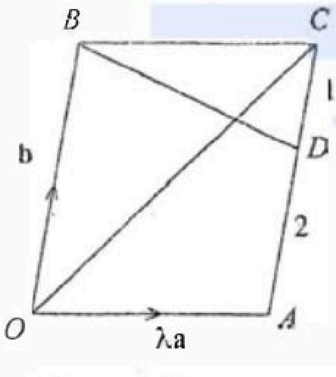
දැන්, $\overrightarrow{OC}$ යන්න $\overrightarrow{BD}$ ට ලම්බ වේ යැයි ගනිමු. $3|\mathbf{a}|^2\lambda^2 + 2(\mathbf{a}\cdot\mathbf{b})\lambda - |\mathbf{b}|^2 = 0$ බව පෙන්වා $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$ හා $A\hat{O}B = \frac{\pi}{3}$ නම්, λ හි අගය සොයන්න.

(*b*) කේන්ද්‍රය O හා පැත්තක දිග $2a$ වූ $ABCDEF$ සවිධි ෂඩස්‍රයක තලයෙහි වූ බල තුනකින් පද්ධතියක් සමන්විත වේ. මූලය O හි ද Ox-අක්ෂය $\overrightarrow{OB}$ දිගේ ද Oy-අක්ෂය $\overrightarrow{OH}$ දිගේ ද ඇතිව බල හා ඒවායේ ක්‍රියා ලක්ෂ්‍ය, සුපුරුදු අංකනයෙන්, පහත වගුවේ දක්වා ඇත; මෙහි H යනු CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ.
(P නිව්ටන වලින් ද a මීටර වලින් ද මනිනු ලැබේ.)

ක්‍රියා ලක්ෂ්‍යය	පිහිටුම් දෛශිකය	බලය
A	$a\mathbf{i} - \sqrt{3}a\mathbf{j}$.	$3P\mathbf{i} + \sqrt{3}P\mathbf{j}$
C	$a\mathbf{i} + \sqrt{3}a\mathbf{j}$	$-3P\mathbf{i} + \sqrt{3}P\mathbf{j}$
E	$-2a\mathbf{i}$	$-2\sqrt{3}P\mathbf{j}$

පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වා, යුග්මයේ ඝූර්ණය සොයන්න.
දැන්, $\overrightarrow{FE}$ දිගේ ක්‍රියා කරන විශාලත්වය $6P$ N වූ අතිරේක බලයක් මෙම පද්ධතියට ඇතුළත් කරනු ලැබේ. නව පද්ධතිය ඌනනය වන තනි බලයේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.

(*a*)



(5)

$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}$ (5)

$\overrightarrow{OC} = \lambda\mathbf{a} + \mathbf{b}$

$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$

$= \lambda\mathbf{a} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ (5)

$\overrightarrow{BD} = \lambda\mathbf{a} + -\frac{1}{3}\mathbf{b}$

$\overrightarrow{OC} \perp \overrightarrow{BD}$ ට බැවින් ඒවායේ අදිශ ගුණිතය $= 0$. (5)

$\Rightarrow (\lambda\mathbf{a} + \mathbf{b}) . (\lambda\mathbf{a} - \frac{1}{3}\mathbf{b}) = 0$

$\lambda^2|\mathbf{a}|^2 + (1 - \frac{1}{3})(\mathbf{a} . \mathbf{b})\lambda - \frac{1}{3}|\mathbf{b}|^2 = 0$ (5) $(\because \mathbf{b} . \mathbf{a} = \mathbf{a} . \mathbf{b})$

$\Rightarrow 3\lambda^2|\mathbf{a}|^2 + 2(\mathbf{a} . \mathbf{b})\lambda - |\mathbf{b}|^2 = 0$ (5)

$|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$ හා $A\hat{O}B = \frac{\pi}{3}$

(15)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$\Rightarrow\ a \cdot b = |a|\,|b| \cos\frac{\pi}{3}$ (5)

$= \frac{1}{2}|a|^2$

ඉහත සමීකරණයෙහි ආදේශයෙන්,

$3|a|^2\lambda^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}|a|^2\lambda - |a|^2 = 0$ (5)

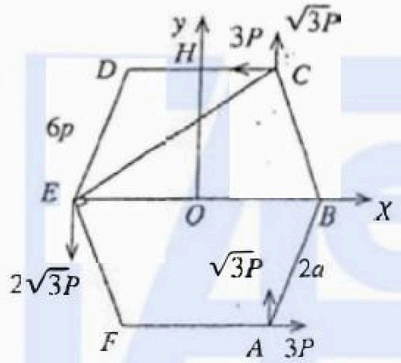
$3\lambda^2 + \lambda - 1 = 0$ (5)

$\lambda = \frac{-1 \pm \sqrt{1+12}}{2}$

$\lambda > 0$ බැවින් $\lambda = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$. (5)

50

(b)



ක්‍රියා ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික වන්නේ,

$\overrightarrow{OA} = a\mathbf{i} - \sqrt{3}\,a\mathbf{j}$

$\overrightarrow{OC} = a\mathbf{i} + \sqrt{3}\,a\mathbf{j}$

$\overrightarrow{OE} = -2a\mathbf{i}$

රූපය සඳහා (15)

O හි දී පද්ධතිය ඌනනය කරමු.

$\rightarrow X = 3P - 3P = 0$ (10)

$\uparrow Y = \sqrt{3}P + \sqrt{3}P - 2\sqrt{3}P = 0$

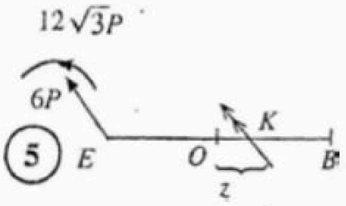
} $M \neq 0$ වේ නම් පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය වේ. (10)

$O \circlearrowleft\ 2 \times 3P \cdot a\sqrt{3}P + 2a\sqrt{3}P + (2a) \cdot 2\sqrt{3}P = M = 12a\sqrt{3}P \circlearrowleft$ (20)

යුග්මයේ ඝූර්ණය $(M \neq 0)$ හි විශාලත්වය $12a\sqrt{3}P$ Nm වන අතර එය වාමාවර්ත වේ. (5) + (5)

65

නව පද්ධතිය



(5)

විශාලත්වය $= 6P$ (5)

දිශාව =

(5)

$K \circlearrowleft\ -6P \times (2a + z)\frac{\sqrt{3}}{2} + 12a\sqrt{3}P = 0$ (10)

$\Rightarrow z = 2a$ (5)

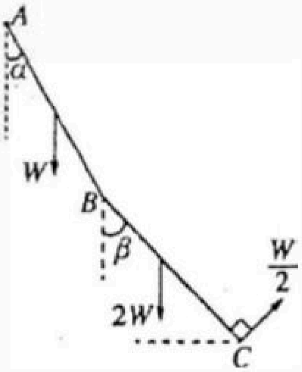
$\therefore$ නව පද්ධතිය $\overrightarrow{BC}$ දිගේ ක්‍රියා කරන තනි බලයකට තුල්‍ය වේ. (5)

35

Alevel Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

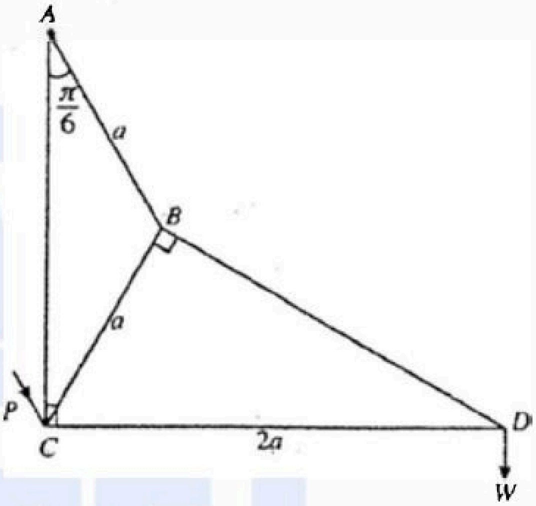
15. (a) එක එකක දිග $2a$ වූ AB හා BC ඒකාකාර දඬු දෙකක් B හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB දණ්ඩේ බර W ද BC දණ්ඩේ බර $2W$ ද වේ. A කෙළවර අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. AB හා BC දඬු යටි අත් සිරස සමග පිළිවෙළින් α හා β කෝණ සාදමින් මෙම පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ, C හි දී රූපයේ පෙන්වා ඇති BC ට ලම්බ දිශාව ඔස්සේ යෙදූ $\frac{W}{2}$ බලයක් මගිනි. $\beta = \frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වා, B සන්ධියේ දී AB දණ්ඩ මගින් BC දණ්ඩ මත යොදන ප්‍රතික්‍රියාවෙහි තිරස් හා සිරස් සංරචක සොයන්න.

$\tan\alpha = \frac{\sqrt{3}}{9}$ බවත් පෙන්වන්න.



(b) රූපයෙහි පෙන්වා ඇති රාමු සැකිල්ල ඒවායේ කෙළවරවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කළ AB, BC, BD, DC හා AC සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත වේ.

මෙහි $AB = CB = a$ ද $CD = 2a$ ද $B\hat{A}C = \frac{\pi}{6}$ ද බව දී ඇත. රාමු සැකිල්ල A හි දී අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. D සන්ධියේ දී W භාරයක් එල්ලා, AC සිරස්ව ද CD තිරස්ව ද ඇතිව සිරස් තලයක රාමු සැකිල්ල සමතුලිතව තබා ඇත්තේ C සන්ධියේ දී AB දණ්ඩට සමාන්තරව රූපයේ පෙන්වා ඇති දිශාවට යෙදූ P බලයක් මගිනි. බෝ අංකනය භාවිතයෙන් D, B හා C සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.



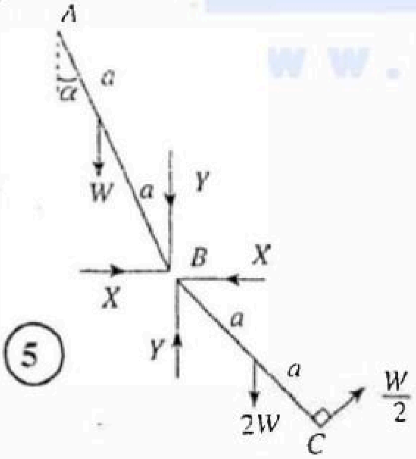
ඒ නයින්,

(i) ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් දඬු පහේම ප්‍රත්‍යාබල, හා

(ii) P හි අගය

සොයන්න.

(a)



(5)

BC සඳහා B වටා ඝූර්ණ ගැනීමෙන්,

$B \circlearrowleft \quad \frac{W}{2}(2a) = 2W.\, a\sin\beta$ (10)

$\Rightarrow \quad \sin\beta = \frac{1}{2}. \quad \therefore\ \beta = \frac{\pi}{6}.$ (5) + (5)

BC සඳහා

$\longleftarrow \quad X = \frac{W}{2}.\cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{4}W.$ (5)

$\uparrow$ BC සඳහා : $Y = 2W - \frac{W}{2}\sin\beta$ (5)

$= \frac{7}{4}W.$ (5)

40

A level අපි උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

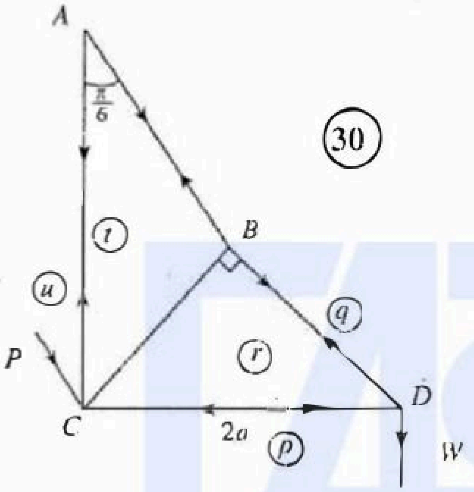
$A \circlearrowleft \quad X \,.\, 2a\cos\alpha - Y\,2a\sin\alpha - W\,a\sin\alpha = 0$ (10)

$\Rightarrow \sqrt{3}\cos\alpha = 9\sin\alpha.$ (5)

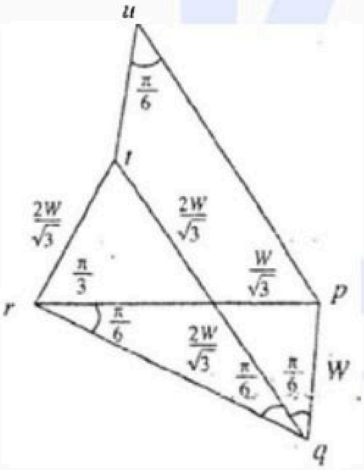
$\Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{9}.$ (5)

20

(b)



(30)



දණ්ඩ	ආතතිය	තෙරපුම
AB	$\frac{4W}{\sqrt{3}}$	–
BC	$\frac{2W}{\sqrt{3}}$	–
AC	W	–
BD	$2W$	–
CD	–	$\sqrt{3}\,W$

(50)

$P = up = \dfrac{4W}{\sqrt{3}}$. (10)

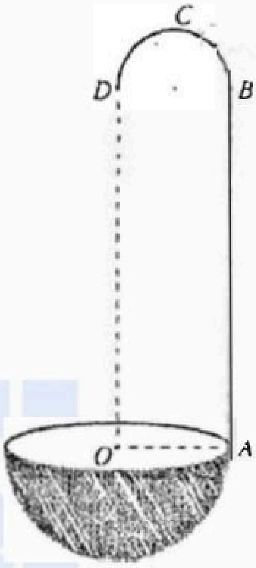
90

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

16. (i) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ද

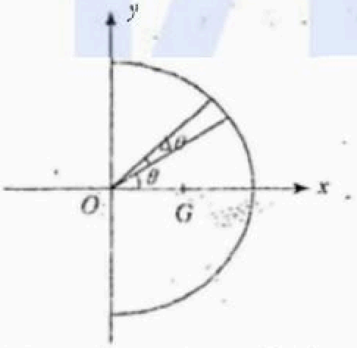
(ii) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ ගෝලාකාර කබොළක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{a}{2}$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

කේන්ද්‍රය O හා අරය $2a$ වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ ගෝලාකාර කබොළකට රූපයේ දැක්වෙන පරිදි දිග $2\pi a$ වූ AB සෘජු කොටසකින් ද BD විෂ්කම්භය AB ට ලම්බ වන පරිදි, අරය a වූ BCD අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසකින් ද සමන්විත ඒකාකාර කම්බියකින් සාදනු ලැබූ $ABCD$ තුනී මිටක් දෘඪ ලෙස සවි කිරීමෙන් හැන්දක් සාදා ඇත. A ලක්ෂ්‍යය අර්ධ ගෝලයේ ගැට්ට මත ඇති අතර OA යන්න AB ට ලම්බ ද OD යන්න AB ට සමාන්තර ද වේ. තව ද BCD යන්න $OABD$ හි තලයේ පිහිටා ඇත. අර්ධ ගෝලයේ ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය σ ද මිටෙහි ඒකක දිගක ස්කන්ධය $\frac{a\sigma}{2}$ ද වේ. හැන්දේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, OA සිට පහළට $\frac{2}{19\pi}\left(8\pi - 2\pi^2 - 1\right)a$ දුරකින් ද O හා D හරහා යන රේඛාවේ සිට $\frac{5}{19}a$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.



රළු තිරස් මේසයක් මත, අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨය එය ස්පර්ශ කරමින්, හැන්ද තබා ඇත. අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨය හා මේසය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{7}$ කි. $\overrightarrow{AO}$ දිශාවට A හි දී යොදනු ලබන තිරස් බලයක් මගින් OD සිරස්ව ඇතිව හැන්ද සමතුලිතතාවයේ තැබිය හැකි බව පෙන්වන්න.

(i).



සමමිතියෙන්, ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය G, Ox අක්ෂය මත පිහිටයි. (5)

$\Delta m = a\Delta\theta\rho$, මෙහි ρ යනු, ඒකක දිගක ස්කන්ධය වේ.

$OG = \bar{x}$ යැයි ගනිමු. එවිට

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} a\rho a\cos\theta \, d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} a\rho \, d\theta} \quad (5) + (5)$$

$$= \frac{a\sin\theta\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}}{\theta\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}} \quad (5)$$

$$= \frac{2a}{\pi} \quad (5)$$

ඒ නයින්, ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය O සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් පිහිටයි.

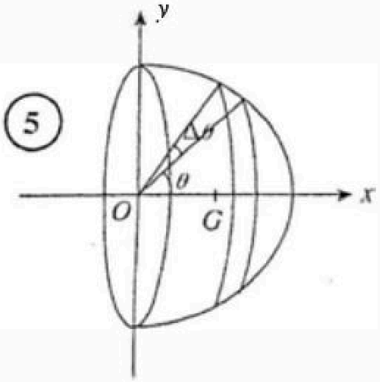
25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(ii) සමමිතියෙන්, ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය G, Ox අක්ෂය මත පිහිටයි. (5)

$\Delta m = 2\pi\,(a \sin\theta)\, a\rho\theta.\sigma$ මෙහි σ යනු, ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය වේ.

$OG = \bar{x}$. යැයි ගනිමු. එවිට



$$\bar{x} = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi(a\sin\theta)\, a\,\sigma\, a\cos\theta\, d\theta}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi(a\sin\theta)\, a\,\sigma\, d\theta}$$ (5) + (5)

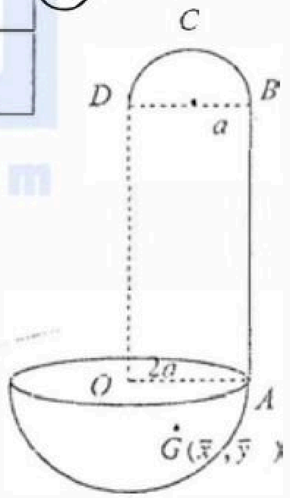
$$= \frac{\left.\frac{a\sin\theta}{2}\right|_0^{\frac{\pi}{2}}}{\left.-\cos\theta\right|_0^{\frac{\pi}{2}}}$$ (5) + (5)

$$= \frac{a}{2}.$$ (5)

30

ඒ නයින්, ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය O සිට $\frac{a}{2}$ දුරකින් පිහිටයි.

වස්තුව	ස්කන්ධය	OD (→) සිට දුර	OA (↓) සිට දුර	
AB සෘජු කොටස	$\pi a^2\sigma$ (5)	$2a$	πa	(5)
BCD අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස	$\frac{\pi a^2\sigma}{2}$ (5)	a	$2\pi a + \frac{2a}{\pi}$	(5)
අර්ධ ගෝලාකාර කබොළ	$8\pi a^2\sigma$ (5)	0	$-a$	(5)
හැන්ද	$\frac{19\pi a^2\sigma}{2}$ (5)	$\bar{x}$	$\bar{y}$	



$$\frac{19\pi a^2\sigma}{2}\bar{y} = \pi a^2\sigma.\pi a + \frac{\pi a^2\sigma}{2}\left(2\pi a + \frac{2a}{\pi}\right) + 8\pi a^2\sigma\,(-a)$$ (10)

$$\frac{19\pi}{2}\bar{y} = -8\pi a + 2\pi a + a$$ (5)

$$\therefore \bar{y} = \frac{-2}{19\pi}(8\pi - 2\pi^2 - 1)a$$

∴ හැන්දේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය OA සිට $\frac{2}{19\pi}(8\pi - 2\pi^2 - 1)\,a$ දුරක් පහළින් පිහිටයි.

$$\frac{19\pi a^2\sigma}{2}\bar{x} = \pi a^2\sigma.\,2a + \frac{\pi a^2\sigma}{2}.\,a + 8\pi a^2\sigma.0$$ (10)

$$\therefore \frac{19}{2}\bar{x} = 2a + \frac{a}{2} = \frac{5a}{2}$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{5a}{19}$$ (5)

65

∴ හැන්දේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය OD සිට $\frac{5a}{19}$ දුරකින් පිහිටයි.

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

මාසික වැටුප (රුපියල් දහසේ ඒවායින්)	f	මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය x (5)	$y = \frac{1}{10}x$	y^2	fy (5)	fy^2 (5)
5 - 15	9	10	1	1	9	9
15 - 25	11	20	2	4	22	44
25 - 35	14	30	3	9	42	126
35 - 45	10	40	4	16	40	160
45 - 55	6	50	5	25	30	150
	50				$\sum fx = 143$ (5)	$\sum fx^2 = 489$ (5)

$$\mu_y = \frac{\sum fy}{\sum f} = \frac{143}{50} \text{ (5) හා } \sigma_y^2 = \frac{\sum fy^2}{\sum f} - \mu_y^2 = \frac{489}{50} - \left(\frac{143}{50}\right)^2 \text{ (5)}$$

$$\sigma_y = \frac{\sqrt{4001}}{50} \text{ (5)}$$

ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන් :

$\mu_x = 10\mu_y = 10\left(\frac{143}{50}\right) = 28.6$ රුපියල් දහසේ ඒවා (5)

$(= රු. 28600)$

හා $\sigma_x = 10\sigma_y = \frac{\sqrt{4001}}{5} \approx 12.65$ රුපියල් දහසේ ඒවා (5)

$(\approx රු. 12650)$

50

නව මාසික වේතනය : $z = x + \frac{p}{100}x = \left(1 + \frac{p}{100}\right)x$, මෙහි x යනු කලින් මාසික වේතනයයි.

(5)

ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන් : $\mu_z = \left(1 + \frac{p}{100}\right)\mu_x$

$29172 = \left(1 + \frac{p}{100}\right)28600$ (5)

$\Rightarrow \frac{29172}{286} = 100 + p \qquad \therefore p = 2$ (5)

$\sigma_z \approx \left(1 + \frac{2}{100}\right)\sigma_x \approx \frac{51}{50} \times 12.65$ (5)

20

≈ 12.9 රුපියල් දහසේ ඒවා

$(\approx රු. 12900)$

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .