22 A/L අපි [papers group]

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

දේවි බාලිකා විද්‍යාලය - කොළඹ

තුන්වන වාර පරීක්ෂණය 2022

සංයුක්ත ගණිතය I

13 ශ්‍රේණිය

* ප්‍රශ්න 5කට පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

(11) a) $x^2 + (a + b - c)x + ab - ac = 0$ යන වර්ගජ සමීකරණයට තාත්වික මූල පවතින බව පෙන්වන්න.

α හා β යනු $x^2 + bx + c = 0$ හි මූල නම් ද γ හා δ යනු $x^2 + (a + b - c)x + ab - ac = 0$ හි මූල නම්ද , $\gamma + \delta = k - a$ හා $\gamma\delta = -ka$ බව පෙන්වන්න. මෙහි k යනු α හා β ඇසුරින් සෙවිය යුතු නියතයකි.

$2\gamma + \delta$ හා $2\delta + \gamma$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න. මෙහි $k > 0$ නම් මෙම මූල 2කම ධන මූල බවද පෙන්වන්න.

b) $h(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ යයි ගනිමු. $a, b, c, \in \mathbb{R}$ if $(x^2 - 4)$ යනු $h(x)$ හි සාධකයක් නම්, හා $h(x)$ යන්න $(x + 1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 2 නම්, a, b හා c සොයා $h(x) > 0$ වන x හි අගය පරාසය සොයන්න

(12) a) එකිනෙකට වෙනස් හිස් වැසුම් 6 ක් ඇත.

i) මෙම එකිනෙකට වෙනස් හිස් වැසුම් 6, එක සමාන පෙට්ටි 2කකට වෙන්කර දැමිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

ii) මෙම එකිනෙකට වෙනස් හිස් වැසුම් 6, එකිනෙකට වෙනස් පෙට්ටි 3කට, අවම වශයෙන් එක පෙට්ටියකට එක හිස්වැසුමක්වත් ඇති පරිදි බෙදා වෙන්කරන්නේ නම්, එසේ දැමිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

b) D E F E T A T E D යන වචනයේ E අකුරු 3 වෙන් වෙන් වශයෙන් සිටින පරිදි සැදිය හැකි වචන ගණන සොයන්න.

c) $U_r = \dfrac{4r^3 - 12r^2 - 12r + 35}{(r-1)^2(r-2)^2}$ යයි ගනිමු. මෙහි $r \in \mathbb{Z}^+$ $r \neq 1, 2$

$Ur = \dfrac{A(2r+3)}{(r-1)^2} - \dfrac{(2r+B)}{(r-2)^2}$ වන පරිදි A හා B සොයන්න. මෙහි $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$3^r U_r = f(r) - f(r-1)$ වන පරිදි $f(r)$ සොයන්න.

එනයින්, $\sum_{r=3}^{n} 3^r U_r$ සොයන්න.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=3}^{\infty} 3^r U_r$ යන අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරිද අපසාරිද යන්න සොයන්න.

CamScanner

22 A/L අපි [papers group]

(13) a) i) $A = \begin{bmatrix} a & h \\ h & b \end{bmatrix}_{2\times 2}$ ද $T = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$.

යැයි ගනිමු. මෙහි $a, h, b \in \mathbb{R}$ වේ. සියලු θ සඳහා T^{-1} පවතින බව පෙන්වන්න.

$D = T^{-1}AT$ වන අතර D යනු විකර්ණ න්‍යාසයක් වේ නම් θ හි අගය $\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{2h}{b-a}\right)$ බව පෙන්වන්න.

ii) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}_{3\times 3}$ වේ නම්, $A^2 - 4A - 5I = 0$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි පිළිවෙලින් I හා O යනු ගණය 3 වූ ඒකක න්‍යාසයක් හා ශූන්‍ය න්‍යාසයකි.

ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන්, A^{-1} සොයන්න.

b) Z_1 හා Z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක් විට,

i) $\mathrm{Re}(z_1\bar{z}_2) = \mathrm{Re}(\bar{z}_1 z_2)$

ii) $|z_1 - z_2|^2 = |z_1|^2 - 2\,\mathrm{Re}(z\bar{z}_2) + |z_2|^2$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $|1 - z_1\bar{z}_2|^2 - |z_1 - z_2|^2 - (1 - |z_1|^2)(1 - |z_2|^2)$ බව පෙන්වන්න.

c) $|z + 2 - i| = \sqrt{5}$ හා $\mathrm{Arg}(z + 2) = \frac{\pi}{2}$ මගින් නිරූපණය වන පථ දෙක එකම සටහනක අඳින්න. එමඟින් ඒවාට පොදු ලක්ෂයක් නිරූපණය කරන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් සොයන්න.

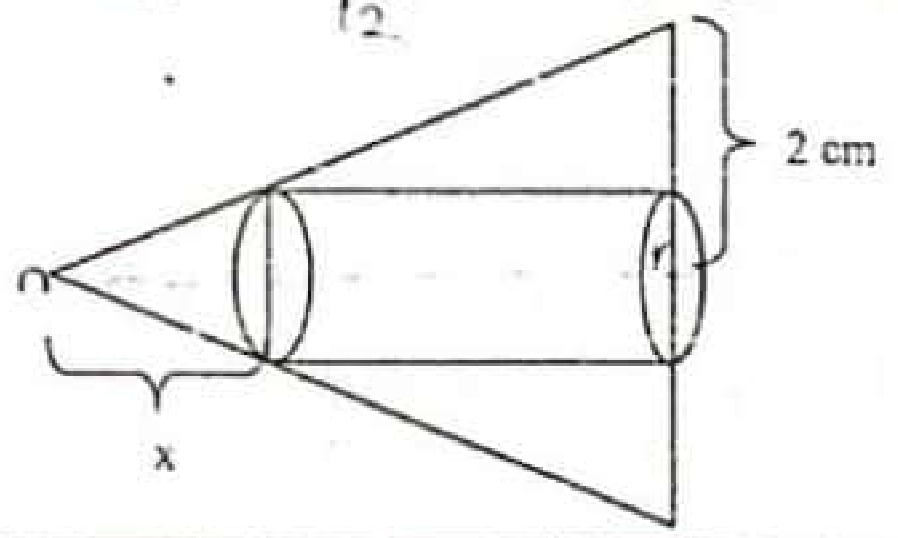
(14) a) $x \neq 2, x \neq \frac{3}{2}$ සඳහා $f(x) = \frac{16x}{(x-2)^2(3x-2)}$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න.

$f'(x) = \frac{-32(x-1)(3x+2)}{(x-2)^3(3x-2)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. $y = f(x)$ හි ස්පර්ශෝන්මුඛවල හැරුම් ලක්ෂ්‍යය දක්මින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

b) රූපයේ දක්වෙන කේතුවෙන් වෘත්ත සිලින්ඩරයක් කපාගනු ලැබේ. කේතුවේ ආධාරකයේ අරය 2 cm හා උස 12 cm වේ. x කේතුවේ ශීර්ෂය හා O හි සිට සිලින්ඩරයේ තල පෘෂ්ඨයට ඇති දුර වේ. සිලින්ඩරයේ අරය r වේ.

$r = \frac{x}{6}$ බවත් සිලින්ඩරයේ පරිමාව v, $v = \frac{\pi x^2}{36}(12 - x)$ යන්නෙන් දෙනු ලබන බවත් පෙන්වන්න. එනයින් මෙම සිලින්ඩරයට ලබා ගත හැකි උපරිම පරිමාව සොයන්න.



CamScanner

(15) a) $x \neq R$ සඳහා $\dfrac{x^3 + x^2 + 2x + 1}{(x^2+1)(x^2+2)}$ භින්න භාග සොයන්න.

එනයින් $\displaystyle\int \frac{x^3 + x^2 + 2x + 1}{(x^2+1)(x^2+2)} dx$ සොයන්න.

b) $\displaystyle\int_1^2 x\sin(\ln x)dx$ කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් අගයන්න.

c) සුදුසු ආදේශයක් භාවිතයෙන් $\displaystyle\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2+9}}$ සොයන්න.

d) a නියතයක් විට $\displaystyle\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ සුපුයි භාවිතයෙන් $\displaystyle\int_0^{\pi} x\cos^4 x \sin^3 x\, dx$ අගයන්න.

(16) a) (a, b) ලක්ෂ්‍යය හරහා වූවද x අක්ෂය සමග θ කෝණයකින් ආනත වූ ද සරල රේඛාව පරාමිතිකව $x = a + t\cos\theta$ හා $y = b + t\sin\theta$ මගින් නිරූපණය කල හැකි බව පෙන්වන්න.

OAB ත්‍රිකෝණයේ O ශීර්ෂය මූල ලක්ෂ්‍යය ද A ශීර්ෂය පළමුවන වෘත්ත පාදයේ ද පිහිටන අතර $OB = 2\,OA$ ද, OA හි හා OB හි සමීකරණය පිළිවෙළින් $x - 2y = 0$ හා $2x + y = 0$ වේ. (5, 1) ලක්ෂ්‍යය හරහා AB යන්නේ නම් A හා B සඳහා පිහිටීම් දෙකක් ගත හැකි බව පෙන්වන්න. එම A හා B ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

b) $S_1 = x^2 + y^2 + 2g_1 x + 2f_1 y + c_1 = 0$ වෘත්තය,
$S_2 = x^2 + y^2 + 2g_2 x + 2f_2 y + c_2 = 0$ වෘත්තයෙහි විශ්කම්භය කෙලවරවලදී ඡේදනය කරයි නම්,
$2g_2^2 + 2f_2^2 - c_2 = 2g_1 g_2 + 2f_1 f_2 - c_1$ බව පෙන්වන්න.

S වූ විචල්‍යය වෘත්තයක්, $S^1 = x^2 + y^2 - 2x - 4y - 11 = 0$ වෘත්තයෙහි විශ්කම්භයක කෙලවරවලදී ඡේදනය වන අතර $x^2 + y^2 - 4 = 0$ වෘත්තය ප්‍රලම්භව ඡේදනය කරයි. විචල්‍යය වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ පථය $2x + 4y = 25$ බව පෙන්වන්න.

(17) a) $\dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)} = \dfrac{1-m}{1+m}$, නම්

$\tan\left(\dfrac{\pi}{4} - \alpha\right)\tan\left(\dfrac{\pi}{4} - \beta\right)$ හි අගය m ඇසුරෙන් ලියන්න.

b) i) cos සූත්‍රය ලියා සාධනය කරන්න.

ii) සම්මත අංකනයෙන් ABC ත්‍රිකෝණයක $\dfrac{1}{a+c} + \dfrac{1}{b+c} = \dfrac{3}{a+b+c}$ නම් C කෝණයේ අගය සොයන්න.

c) $y = \sin^{-1}x$ නම් $(-1 \le x \le 1)$

$\sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \dfrac{\pi}{2}$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් හෝ අන්ක්‍රමයකින්
$3\sin^{-1}(x-1) = 2\cos^{-1}(x-1)$ විසඳන්න.

22 A/L අපි [papers group]

CamScanner
CamScanner