සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි/All Rights Reserved]

සබරගමුව පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Provincial Department Of Education - Sabaragamuwa

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2023 -13 ශ්‍රේණිය
III වාර පරීක්ෂණය

සංයුක්ත ගණිතය- I	10	S	I	කාලය - පැය තුනයි.

විභාග අංකය - .... නම - ....

23' AL API [PAPERS GROUP

උපදෙස් -

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 – 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 – 17)
- A කොටස
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.
  වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම් ඔබට ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැක.
- B කොටස
  ප්‍රශ්න හතෙන් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. සපයා ඇති කඩදාසිවල පිළිතුරු ලියන්න.
- නියමිත කාලය අවසාන වූ පසුව A කොටස B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාරදෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට අවසර ඇත.

<u>පරීක්ෂක ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණයි.</u>

(10) සංයුක්ත ගණිතය (I)		
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

අවසාන ලකුණු	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංකනය		
උත්තරපත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ		

පත්‍රය A	
පත්‍රය B	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

A කොටස

(1) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය උපයෝගී කර ගනිමින් $(n > 1)$ ධන නිඛිල සඳහා $2^{3n} - 7n - 1$ යන්න හරියටම 49න් බෙදෙන බව පෙන්වන්න.

23' AL API [PAPERS GROUP]

(2) $f : x \rightarrow |x^2 - 9|$ ශ්‍රිතයේ වසම $-9 \leq x \leq 9$ ලෙස ගෙන දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
$g : x \rightarrow x - 3$ එම ප්‍රස්තාරයේම ඇඳ එනයින් $(x^2 - 9) = x - 3$ විසඳුම් ලබාගන්න.
$|x^2 - 9| = px - 3$ සමීකරණයට තාත්වික අගය නොමැතිවන p හි අගයන් සොයන්න.

(3) $Z_1 = \frac{5+i}{2+3i}$ හා $Z_2 = 1 + i$ යැයි ගනිමු.

(i) $Z_1 + Z_2$

(ii) $Z_1 Z_2$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා $a + ib$ ආකාරයෙන් සොයන්න.

23' AL API [PAPERS GROUP

(4) සියළු $x \in \Re$ සඳහා $(10 + kx)^5 = 1 + 10x + ax^2 + bx^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ වේ නම් k, a, b සොයන්න.

එම අගයන් සඳහා $(1 + \frac{1}{x})\,(1 + kx)^5$ ප්‍රසාරණයේ x^2 අඩංගු පදයේ සංගුණකය සොයන්න.

(5) $a \in \Re$ යැයි ගනිමු.

$\lim_{x \to 0} \frac{(1+ax)^2-(1-ax)^2}{\sqrt{1+a^2x}-\sqrt{1-a^2x}} = 1$ යැයි දී ඇත. a හි අගය සොයන්න.

23' AL API [PAPERS GROUP]

(6) $y = x^2 + 1$ වක්‍රයෙන් හා x, y අක්ෂවලින් හා $x = 2$ රේඛාවෙන් වටවූ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.එම කොටස x අක්ෂය වටා ඍජුකෝණ 4 කින් භ්‍රමණය කළ විට ජනනය වන ඝන වස්තුවේ පරිමාව සොයන්න.

(7) වක්‍රයක සාධාරණ ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $x = a\cos^3\theta$ හා $y = a\sin^3\theta$ සමීකරණ මඟින් දෙනු ලැබේ. මෙහි θ යනු $0 < \theta < \pi/2$ වූ පරාමිතියකි. වක්‍රය මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයකදී ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $x\sin\theta + y\cos\theta - a\sin\theta\cos\theta = 0$ බව හා අභිලම්භයේ අනුක්‍රමණය සොයන්න.

23' AL API [PAPERS GROUP]

(8) A හා B ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක පිළිවෙලින් $(1+k, 4)$ හා $(7-k, -2)$ යැයි ගනිමු. මෙහි kයනු තාත්වික නියතයකි. l රේඛාව AB රේඛා ඛණ්ඩයෙහි ලම්භ සමච්ඡේදකය වේ. l හි බෑවුම 1 වන පරිදි k හි අගය සොයන්න.තවද k හි මෙම අගය සඳහා l හි සමීකරණය සොයන්න.

(9) $x^2 + y^2 - x - y - 6 = 0$ වෘත්තය $x + y - 2 = 0$ රේඛාව මඟින් වෘත්ත ඛණ්ඩ දෙකකට වෙන් කරයි. $(a - 1, a + 1)$ විශාල වෘත්ත ඛණ්ඩය මත පවතී නම් a හි අගය පරාසය සොයන්න.

23' AL API [PAPERS GROUP]

(10) $\sqrt{3} + (\sqrt{3} + 1)\tan x = \sqrt{3}\sec^2 x + 1$ සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2023 -13 ශ්‍රේණිය
III වාර පරීක්ෂණය

සංයුක්ත ගණිතය- I | 10 | S | I

B කොටස

- <u>ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.</u>

(11) (a) $\propto$ හා $p\propto$ යනු $ax^2+bx+c=0$ සමීකරණයේ මූල යැයි ද β හා $a\beta$ යනු $px^2+qx+r=0$ සමීකරණයේ මූල යැයි ද ගනිමු. මෙහි $a,b,c,p,q,r,\propto,\beta\epsilon\Re$ සහ $a,p\neq 0$ වේ.

$ca^2q^2(1+p)^2=rb^2p^2(1+a)^2$ බව පෙන්වන්න

(b) $\lambda,\mu,\delta\epsilon\Re$ යැයි ගනිමු. $(\lambda+\mu+\delta)x^2+(\lambda-\mu-\delta)x-\lambda=0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල තාත්වික බව පෙන්වන්න

(c) $f(x)=2x^3-7x^2+8x-a$ යැයි ගනිමු. මෙහි $a\epsilon\Re$ හා $a\neq 0$ වේ. $(2x-a)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ නම් $a=3$ හෝ $a=4$ වන බව පෙන්වන්න. තවද $f(x),(x-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය -1 වන්නේ a හි කුමන අගය සඳහා දැයි දක්වන්න

23' AL API [PAPERS GROUP]

(12) (a) කාර්යාලයක සේවය කරන නිලධාරීන් 8 දෙනෙක් හා සුළු සේවකයින් 4 දෙනෙකු අතරින් 5 දෙනෙකුගෙන් යුත් කමිටුවක් සෑදීමට අවශ්‍යව ඇත.

(i). නිලධාරීන් 3 දෙනෙක් හා සුළු සේවකයින් දෙදෙනෙකු ඇතුළත්වන පරිදි
(ii). අවම වශයෙන් සුළු සේවකයින් දෙදෙනෙකුවත් ඇතුලත්වන පරිදි
(iii). එක් විශේෂිත වූ නිලධාරීවරයෙකු කිසිම විටෙක ඇතුලත් නොවන පරිදි
(iv). විශේෂිත වූ සුළු සේවකයෙකු සෑම විටම ඇතුලත්වන පරිදි

සෑදිය හැකි කණ්ඩායම් ගණන සොයන්න.

(b) සියළු $r\epsilon\mathbb{Z}^+$ සඳහා $Ur=\frac{r}{(r+1)(r+2)(r+3)}$ යැයි ගනිමු.

$r\epsilon\mathbb{Z}^+$ සඳහා $2r=2(Ar+B)(r+1)-(2Ar-1)(r+3)$ වන පරිදි A හා B තාත්වික නියතයන්හි අගය සොයන්න.

එනයින් සියළු $r\epsilon\mathbb{Z}^+$ සඳහා $Ur=Vr-V(r-1)$ වන පරිදි Vr සොයන්න.

$n\epsilon\mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n}Ur=\frac{1}{4}-\frac{2n+3}{2(n+2)(n+3)}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\propto}Ur$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

(13) (a) I යනු 2×2 තරමේ ඒකක න්‍යාසයක් ද 0 යනු 2×2 තරමේ ශුන්‍ය න්‍යාසයක් ද වේ.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \text{ වේ.}$$

(i). $A^2 + 3A + 2I = 0$ බව පෙන්වන්න.

(ii). එනයින් $A = B^3 + C^3$ වන පරිදි 2×2 තරමේ B හා C න්‍යාස සොයන්න.

(b) (i) ධන නිඛිල දර්ශකයක් සඳහා ද මුවාවර් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

n යනු ධන නිඛිලයක් විට $(\bar{Z})^n = \overline{(Z^n)}$ බව සාධනය කරන්න.

මෙහි $Z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ වන අතර $\bar{Z}$ සඳහා සුපුරුදු තේරුම් ඇත.

$r > 0, 0 \le \theta < \pi$ හා ω යනු තාත්වික සංඛ්‍යාවක් ද විට $(\omega + i)$ යන්න $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් ලිවීමෙන්,

$$\frac{1}{(\omega - i)^8} - \frac{1}{(\omega + i)^8} = \frac{2i\sin 8\theta}{(\omega^2 + i)^4} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

(ii) Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව ආගන් සටහනේ P ලක්ෂ්‍යයක් මඟින් දැක්වේ.

$0 \le ArgZ \le \frac{\pi}{3}$ හා $|Z - i| \le 2$ යන අවශ්‍යතා දෙකම සපුරාලන P ලක්ෂ්‍යයන් ආගන් සටහනේ අඳුරු කර දක්වන්න.

$Z_1 = 3 + 3i$

$Z_2 = 1 + i$

අතුරින් ඉහත අඳුරු කළ පෙදෙසට අයත් සංකීර්ණ සංඛ්‍යා පවතිද? හේතු දක්වමින් සොයන්න.

23' AL API [PAPERS GROUP]

(14) (a) $x \neq 2$ සඳහා $f(x) = \frac{2x}{(x-2)^2}$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f^1(x)$ යන්න $x \neq 2$ සඳහා $f^1(x) = \frac{-2(x+2)}{(x-2)^3}$ මඟින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

එනයින් $f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයා එහි ස්වභාවය ද දක්වන්න.

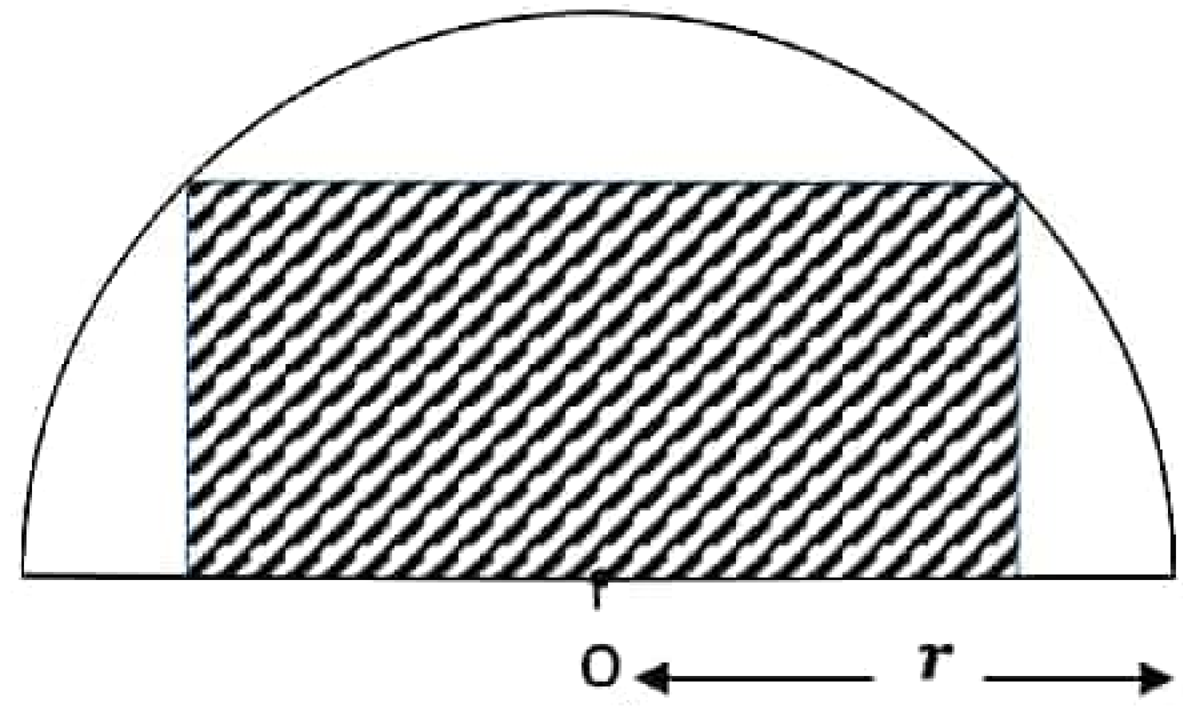
$x \neq 2$ සඳහා $f''(x) = \frac{4(x+4)}{(x-2)^4}$ බව දී ඇත.

$y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයා එහි ස්වභාවයද දක්වන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍ය, නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය හා අක්ෂ කපන තැන් දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

එනයින් $k(x^2 + 4) - 2(2k + 1)x = 0$ සමීකරණයට තාත්වික විසඳුම් එකක්, දෙකක් පැවතීමට k ට ගත හැකි අගයන් හෝ අගය පරාසය සොයන්න.

(b)



රූපයේ පෙනෙන පරිදි අරය r වන අර්ධ වෘත්තාකාර ගෙමිදුලක ඍජුකෝණාස්‍රාකාර කොටසක ගල් ඇතිරීමට සැලසුම් කර ඇත. මිදුලේ වැඩිපුර කොටසක ගල් ඇතිරීමට අවශ්‍ය නම් තෝරා ගත යුතු ඍජුකෝණාස්‍රාකාර කොටසේ මාන සොයන්න. උපරිම වර්ගඵලය ද සොයන්න.

(15) (i). $\int \ell na. f'(x). a^{f(x)} dx = a^{f(x)} + c$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි a නියතයකි.
එනයින් $\int 4^{2+3x} dx$ හි අගය සොයන්න.

(ii). $\frac{3\cos^2 x + 4\sin^2 x}{2\cos^2 x + 1} dx$ හි අගය සොයන්න.

(iii). කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් අගය සොයන්න.
$\int_0^{\pi/4} \sec^3 x \, dx$

(iv). භින්න භාග භාවිතයෙන් $\int \frac{6x-10}{(2x+1)^2} dx$ අගයන්න.

23' AL API [PAPERS GROUP]

(16) (a) $a_1x + b_1y + c_1 = o$ හා $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ රේඛා දෙක අතර කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ
$\frac{|a_1x+b_1y+c_1|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} = \frac{|a_2x+b_2y+c2|}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $\ell_1 = 7x + y - 2 = 0$ හා $\ell_2 = x + y - 7 = 0$ රේඛා අතර සුළු කෝණ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය සොයන්න.

ℓ_1 හා ℓ_2 රේඛා දෙක සමඟ හා $x - y + 1 = 0$ මඟින් සෑදෙන ත්‍රිකෝණයේ අන්තර් කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(b) $x^2 + y^2 - 1 = 0$ හා $S = x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ වෘත්ත බාහිරව ස්පර්ශ කරයි නම් $c = 2\sqrt{a^2 + b^2} - 1$ බව පෙන්වන්න. $S = 0$ හි කේන්ද්‍රය $ax + by + 4 = 0$ සරල රේඛාව මත පිහිටයි. x අක්ෂය මත ඒකක දෙකක් දිග ජ්‍යායක් ඇති කරන වෘත්ත 2ක් ඇති බව පෙන්වා ඒවායේ සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

(17) (a) (i) $\sin A, \sin B, \cos A, \cos B$ ඇසුරෙන් $\sin(A+B)$ ලියා දක්වන්න. එනයින් $\sin(A-B)$ ලියා දක්වා $2\sin A\cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\sin 2A$ සඳහා සූත්‍රයක් ලබාගෙන $\sin\theta\,(8\cos\theta\cos 2\theta - \cos 3\theta - 1) = \sin 7\theta$ බව පෙන්වන්න.

(iii) එනයින් $0 < \theta < \pi/2$ සඳහා $\cos\theta\cos 2\theta\cos 3\theta = \frac{1}{4}$ සමීකරණය විසඳන්න.

(b) සුපුරුදු අංකනයෙන් ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා කෝසයින සූත්‍රය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

සුපුරුදු අංකනයෙන් $\frac{2\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{2\cos C}{c} = \frac{a}{bc} + \frac{b}{ca}$ නම් ABC ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණී බව පෙන්වන්න.

(c) $\tan^{-1}\left(\frac{yz}{x\theta}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{xz}{y\theta}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{xy}{z\theta}\right) = \pi/2$ නම් $\theta^2 = x^2 + y^2 + z^2$ බව පෙන්වන්න.

23' AL API [PAPERS GROUP]

23, AL Api
Papers Group
The best group in the telegram