සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Provincial Department of Education - NWP

තෙවන වාර පරීක්ෂණය - 13 ශ්‍රේණිය - 2024
Third Term Test - Grade 13 - 2024

විභාග අංකය: ....

සංයුක්ත ගණිතය - I

Time: 03 Hours

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය	-	මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம்	-	10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time	-	10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න

විභාග අංකය							

උපදෙස්

- මෙම ප්‍රශ්ණ පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්ණ 1 -10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- A කොටස
  සියළුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්ණය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍යවේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කල හැකිය.
- **B** කොටස
  ප්‍රශ්ණ පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
- A කොටස , B කොටස උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුනන්න.

පරීක්ෂක වරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්ණ අංකය	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

A කොටස

01. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියළු $n \in \mathrm{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n}\left(2^{r-1}-1\right)=2^n-n-1$ බව සාධනය කරන්න.

02. එකම රූප සටහනක $y=|x+2|$ සහ $y=4-2|x-1|$ ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් අඳින්න. ඒ නයින් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ $|x+2|+2|x-1|\geq 4$ යන අසමාතාවය තෘප්ත කරන x හි සියළු තාත්වික අගය කුලකය සොයන්න. $|x|+2|x-3|\geq 4$ අසමාතාවය තෘප්ත කරන x හි සියළු තාත්වික අගය කුලකය අපෝහනය කරන්න.

03. $|w-1-2i|=1$ හා $\arg(z-1)=\frac{3}{4}\pi$ ලෙස වන w හා z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවල පථ එකම ආර්ගන්ඩ් සටහනක නිරූපණය කරන්න. එම පථවල ලක්ෂ්‍ය සඳහා $|w-z|$ ට ගත හැකි අවම අගය සොයන්න.

04 . $(1-x^4)(1+x)^9$ හි ප්‍රසාරණයේ x^7 හි සංගුණකය සොයන්න.

05. $\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x\sqrt{\cos 2x}}{x^2} = \frac{3}{2}$ බව පෙන්වන්න.

06. $y=\sqrt{x}$, $y=6-x$ හා x - අක්ෂය මගින් ආවෘත පෙදෙස x - අක්ෂය වටා භ්‍රමණය කිරීමෙන් ජනනය වන ඝනයෙහි පරිමාව සොයන්න.

07. වක්‍රයක පරාමිතික සමීකරණ $x=t^3-8t,\ y=t^2$ මගින් දී ඇත. මෙහි t යනු පරාමිතියකි. A ලක්ෂ්‍යයේ දී පරාමිතිය $t=-1$ බව දී ඇත. A හි දී වක්‍රයට අඳිනු ලබන ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න. මෙම ස්පර්ශකය නැවතත් වක්‍රය B හි දී ඡේදනය කරයි. B හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

08. ABC ත්‍රිකෝණයට $(0,0)$, $(11,60)$ හා $(91,0)$ යන ඛණ්ඩාංක ඇත. $y=kx$ රේඛාව මගින් මෙම ත්‍රිකෝණය, සමාන වර්ගඵල සහිත ත්‍රිකෝණ දෙකකට බෙදේ නම්, එවිට k හි අගය සොයන්න.

09. ඛණ්ඩාංක අක්ෂ සහ $4x+3y=6$ රේඛාව මගින් සෑදෙන ත්‍රිකෝණයේ අන්තර් වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

10. $(1-\tan\theta)(1+\tan\theta)\sec^2\theta+2^{\tan^2\theta}=0$ සමීකරණය විසඳන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Provincial Department of Education - NWP

වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව Provincial Department of Education - NWP

තෙවන වාර පරීක්ෂණය - 13 ශ්‍රේණිය - 2024
Third Term Test - Grade 13 - 2024

සංයුක්ත ගණිතය - I

කාලය පැය 03 යි

නම/ විභාග අංකයඃ

B කොටස

❖ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

11. *a.* $x^2 - x + p = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල α, β ද $x^2 - 4x + q = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල γ, δ ද වේ.

α, β , γ, δ යනු පොදු අනුපාතය r වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක අනුයාත පද නම්, එවිට $r = \pm 2$ බව පෙන්වන්න.

p සහ q .ට ගත හැකි සියළු අගයන් සොයන්න.

$\alpha < \beta$ හා $\gamma < \delta$ නම්, p සහ q හි ඉහත අගයයන් සඳහා $\alpha\gamma$ හා $\beta\delta$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණ සොයන්න.

. *b.* $9x^2 + 6x + 1 = 4kx;$ $k \in R$ යැයි ගනිමු. මෙම සමීකරණයේ මූල තාත්වික සහ ධන වන පරිදි වන k හි අගයයන් කුලකය සොයන්න.

c. $f(x)$ නම්, බහු පදයක් k නම් නියතයක් ඇසුරෙන් $f(x) = x^3 + kx^2 - x + 12$ ලෙස අර්ථදක්වා ඇත. $f(x)$ යන්න $(x-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය r ද $f(x)$ යන්න $(x-4)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $8r$ ද වේ.

i. k සහ r හි අගයයන් සොයන්න.

ii. $(x+4)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

iii. තව ද $f(x) = 0$ ට ඇත්තේ එක් තාත්වික මූලයක් පමණක් බව පෙන්වන්න.

12. *a.* **PUTHUKKUDIYIRUPPPU** යන වචනයේ අකුරුවලින් වරකට අකුරු **හතරක්** ගෙන සෑදිය හැකි සංකරණ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

b. $\frac{8}{2\cdot5}\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{11}{5\cdot8}\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{14}{8\cdot11}\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය u_r ලියා දක්වන්න.

$r \in Z^+$ සඳහා $\frac{3r+5}{(3r-1)(3r+2)} = \frac{A}{(3r-1)} - \frac{B}{(3r+2)}$ වන පරිදි A සහ B නියතයන් හි අගයන් සොයන්න.

ඒනයින් හෝ අන්අයුරකින් හෝ $Ur = f(r) - f(r-1)$ වන පරිදි $f(r)$ නම් ශ්‍රිතයක් සොයන්න.

ඒනයින් $\sum_{r=1}^{n} u_r$ අගයයන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ යන අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද? ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

තව දුරටත් $\frac{2}{5} \le \sum_{r=1}^{n} u_r \le \frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

13. *a.* $A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 3 & b \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ සහ $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ නම්, $AB = C$ වන පරිදි a සහ b හි අගයයන් සොයන්න.

ඉහත a සහ b අගයයන් සඳහා $A^2 = 2A - 3I$ බව පෙන්වන්න.

A හි ප්‍රතිලෝමය A^{-1} මගින් නිරූපණය වන අතර I යනු 2×2 ඒකක න්‍යාසය වේ. තවදුරටත්

i. $A^3 = A - 6I$ ii. $A^{-1} = \frac{1}{3}(2I - A)$ බව පෙන්වන්න.

ඒනයින් A^{-1} සොයන්න.

b. $-1+3i$ සහ $2-i$ යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා පිළිවෙලින් u හා v මගින් නිරූපණය කෙරේ. O මූලය වන ආර්ගන්ඩ් සටහනක A, B හා C ලක්ෂ්‍ය මගින් පිළිවෙලින් u , v සහ $v+u$ සංඛ්‍යා නිරූපණය වේ.

මෙම සටහන ඇඳ OB සහ AC අතර ජ්‍යාමිතික සම්බන්ධතාවය සම්පූර්ණයෙන් දක්වන්න.

$A\hat{O}B = \frac{3}{4}\pi$ බව සාධනය කරන්න.

c. w සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව $w = \frac{22+4i}{(2-i)^2}$ ලෙස අර්ථ දැක්වේ. $w = 2+4i$ බව පෙන්වන්න.

a යනු $\frac{1}{4}\pi \le \arg(w+a) \le \frac{3}{4}\pi$ වන පරිදි වූ තාත්වික සංඛ්‍යාවකි. a ට ගතහැකි අගය කුලකය සොයන්න.

w හි සංකීර්ණ ප්‍රතිබද්ධය $\bar{w}$ මගින් නිරූපණය වේ. w සහ $\bar{w}$ යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ආර්ගන්ඩ් සටහනක පිළිවෙලින් P හා Q ලක්ෂ්‍ය මගින් නිරූපණය කෙරේ. P , Q හා මූල ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ වන වෘත්තයේ සමීකරණය $|z-b| = k$ ආකාරයෙන් සොයන්න.

14. *a.* $x \ne 1$ සඳහා $f(x) = \frac{2x-3}{(x-1)^2}$ යැයි ගනිමු.

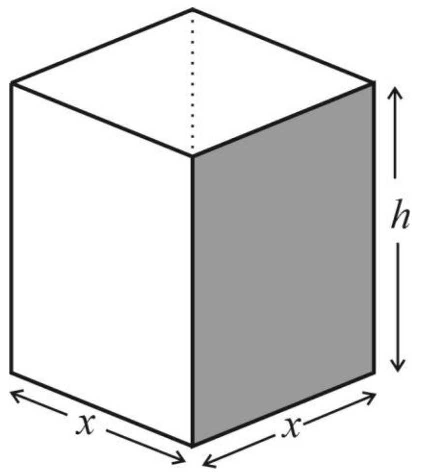
$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න $x \ne 1$ සඳහා $f'(x) = \frac{-2(x-2)}{(x-1)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් $f(x)$ හි වැඩි වන පරාසයන් හා $f(x)$ හි අඩු වන පරාසයන් සොයන්න. තව ද $f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න.

$x \neq 1$ සඳහා $f''(x) = \dfrac{2(2x-5)}{(x-1)^4}$ බව දී ඇත. නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍ය, y - අන්තඃඛණ්ඩය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

b. රූපයේ දැක්වෙන්නේ ඝනකාභයක හැඩය ගත්, පතුල සමචතුරස්‍රාකාර පියන රහිත විශාල ජල ටැංකියක රූපාංකනයකි.



සමචතුරස්‍රාකාර පතුලේ පැත්තක දිග මීටර් x ද උස මීටර් h ද වේ. ටැංකියේ පරිමාව $500\ m^3$ බව දී ඇත.

i. ටැංකියේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $A\ m^2$ යන්න $A = x^2 + \dfrac{2000}{x}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ii. පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය අවම වන පරිදි x හි අගය සොයා, A හි අවම අගය සොයන්න.

15. *a.* $\dfrac{1}{(x+1)^2(x+2)}$ භින්න භාග ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කර, **ඒ නයින්,** $\displaystyle\int \frac{1}{(x+1)^2(x+2)}dx$ සොයන්න.

සුදුසු ආදේශයක් භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $\displaystyle\int \frac{\cos x}{(1+\sin x)^2(2+\sin x)}dx$ සොයන්න.

b. **කොටස් වශයෙන් අනුකලන** ක්‍රමය උපයෝගී කර ගනිමින් $\displaystyle\int_0^{\pi} x\cos\left(\frac{1}{4}x\right)dx = 2\sqrt{2}(\pi+4)-16$ බව පෙන්වන්න.

c. $\displaystyle\int_0^{a} f(x)\,dx = \int_0^{a} f(a-x)\,dx$ බව පෙන්වන්න.

$I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln|1+\tan\theta|\,dx$ නම්, ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්,

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln|1+\tan\theta|\,dx = \frac{\pi}{8}\ln 2$ බව පෙන්වන්න.

d. $2\sin x + 3\cos x \equiv A(3\sin x + 4\cos x) + B(3\cos x - 4\sin x)$ වන පරිදි A හා B නියතවල අගයයන් සෙයන්න. **ඒ නයින්,** $\displaystyle\int \frac{2\sin x + 3\cos x}{3\sin x + 4\cos x}dx$ සොයන්න.

16. වෘත්ත දෙකක සමීකරණ $x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1=0$ හා $x^2+y^2+2g_2x+2f_2y+c_2=0$ වේ.

මෙම වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්බව ඡේදනය වෙයි නම්, $2g_1g_2+2f_1f_2=c_1+c_2$ බව පෙන්වන්න.

$S_1 \equiv x^2+y^2-4x-2y+4=0$ හා $S_2 \equiv x^2+y^2-12x-8y+36=0$ යැයි ගනිමු.

මෙම වෘත්ත දෙක ස්පර්ශ වන බව පෙන්වන්න.

එම ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යය M නම්, M හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

M හරහා යන පොදු ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න.

තව ද මෙම වෘත්ත දෙකෙහි අනෙක් පොදු ස්පර්ශකවල සමීකරණ ද සොයන්න.

එම පොදු ස්පර්ශක සහ S_2 වෘත්තයේ ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය A සහ B ද එම පොදු ස්පර්ශක සහ S_1 වෘත්තයේ ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය C සහ D ද නම්, A, B, C සහ D ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

වෘත්ත දෙකෙහි කෙන්ද්‍ර ඔස්සේ වන රේඛාව හා x - අක්ෂය ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය වන N හි ඛණ්ඩාංක ලබා ගන්න.

N කේන්ද්‍රය කරගත් A හෝ B ඔස්සේ වන වෘත්තයේ සමීකරණය ලබා ගන්න.

එම වෘත්තය හා S_2 ප්‍රලම්භ ව ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.

17. *a.* $\sin(A+B)$ හා $\cos(A+B)$ සඳහා වන ප්‍රසාරණ භාවිතයෙන් $\tan(A+B)=\dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}$ බව පෙන්වන්න.

$\tan\left(\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{3}+\tan\theta}{1-\sqrt{3}\tan\theta}$ බව අපෝහනය කරන්න.

ඒනයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $\sqrt{3}+\tan\theta=\left(1-\sqrt{3}\tan\theta\right)\tan(\pi-\theta)$ සමීකරණය $0\le\theta\le\pi$ ප්‍රාන්තරය තුළ විසඳන්න.

b. ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන්, **කෝසයින් නීතිය** ප්‍රකාශ කර, සාධනය කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන්, BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D වේ. AD ට AC ලම්භක වේ නම් $\cos A\cos C=\dfrac{2\left(c^2-a^2\right)}{3ca}$ බව පෙන්වන්න.

c. $\dfrac{1}{3}\le x\le 1$ සඳහා, $\sin^{-1}x-\cos^{-1}x=\sin^{-1}(3x-2)$ බව පෙන්වන්න.