සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Provincial Department of Education - NWP

වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව Provincial Department of Education - NWP

තෙවන වාර පරීක්ෂණය - 12 ශ්‍රේණිය - 2024
Third Term Test - Grade 12 - 2024

විභාග අංකය: ....

සංයුක්ත ගණිතය - I

කාලය පැය 03 යි
අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි

උපදෙස්

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1-10) දක්වා B කොටස (ප්‍රශ්න 11-17)
- A කොටස
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.
  වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- B කොටස
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	එකතුව	
	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
මුළු එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ	1	
	2	
අධීක්ෂණය		

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි.
All Rights Reserved

A කොටස

(01) $\dfrac{2 - x}{3 + x} \leqslant 1$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

....

(02) $\dfrac{x + 1}{x^2 - x} = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x-1}$ වන පරිදි A හා B නියත දෙක සොයන්න. **එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින්**
$\dfrac{x^3 + 1}{x^2 - x}$ භින්න භාග සොයන්න.

....

(03) $\lim_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos 3x - x\sin 2x}{x \sin 4x} = \dfrac{5}{8}$ බව පෙන්වන්න.

....

(04) OAB ත්‍රිකෝණයේ O මූල ලක්ෂ්‍යය ද $A\hat{O}B = 90^0$ ද වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 13 ද බව දී ඇත. $a \in IR^+$ සඳහා $A \equiv (-a,3)$ හා $B \equiv (3a,2a)$ නම් a වල අගය සොයන්න. AB මගින් Y අක්ෂය ඡේදනය කරන ඛණ්ඩාංකය සොයන්න.

....

(05) $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - c$ ශ්‍රිතයට $\left(\frac{1}{3}, -\frac{23}{27}\right)$ හා $(1, -1)$ ලක්ෂ්‍ය වල දී හැරුම් ලක්ෂයක් පවතී නම් a හා b නියත සොයන්න.

(06) $a^2x^2 - (a+1)x + 1 = 0$ වර්ග සමීකරණයේ මූල තාත්වික වන a හි තාත්වික අගය පරාසය සොයන්න.
$a \in z^+$ හා මූල සමපාත බව දී ඇත්නම් a වල අගයත් ඉහත වර්ග සමීකරණයේ මූලයත් සොයන්න.

(07) $f(x) = \text{Log}_2(2x - 3), \quad x > 3/2$

$g(x) = 2x^2 - 6x + k \quad k \in \mathbb{R}$ බව දී ඇත.

fog සංයුක්ත ශ්‍රිතය සොයන්න.

$\text{fog} = 2\, f(x)$ වන පරිදි k වල අගය සොයන්න.

(08) $f(x) = x^3 + 2x^2 + ax + b \quad a, b \in \mathbb{R} \quad a \neq 0.$ $(x - a)$ ගෙන් බෙදූ විට ශේෂය b වේ. $a = -3$ බව පෙන්වන්න. එම a අගය සඳහා $f(x)$ යන්න $(x - 1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $ab + 1$ නම් b වල අගය සොයන්න.

(09) $\cot^2\theta + \tan^2\theta = \lambda$ මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}^+$ නම් $\cos 4\theta = \dfrac{\lambda - 6}{2 + \lambda}$ බව පෙන්වන්න.

$\lambda = 2$ විට θ හි සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

(10) $\tan y = \dfrac{1 + \sqrt{2}\sin\frac{\theta}{2}}{1 + \sqrt{2}\cos\frac{\theta}{2}}$, $\cos\frac{\theta}{2} \neq -\frac{1}{\sqrt{2}}$ නම් $\tan y = \tan\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\theta}{4}\right)$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි y හා $\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\theta}{4}\right)$, $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ පරාසයේ නම් $\sin 4y = \cos\theta$ බව අපෝහනය කරන්න.

(11) (a) $a>1$ සඳහා $f(x)=x^2-2ax+1$ නම් $f(x)=0$ මූල තත්වික ප්‍රභින්න බව පෙන්වන්න. $y=f(x)$ ශ්‍රිතයේ දළ ප්‍රස්ථාරයක් අඳින්න. $b\in \mathbb{R}^+$ සඳහා $g(x)=x^2+2bx-1$ නම් $g(x)=0$ මූල α හා β නම් $\alpha+\beta$ හා $\alpha\beta$ සඳහා සම්බන්ධතා ලියන්න. ඒ නයින් α, β ප්‍රතිවිරුද්ධ ලකුණු ගන්නා බව පෙන්වන්න.

මෙහි $0<\alpha<a$ බව ද $\beta<0$ ලෙස ද දී ඇත්නම් $y=g(x)$ ප්‍රස්ථාරය ඉහත බණ්ඩාංක අක්ෂ පද්ධතිය තුළම දළ සටහනක් අඳින්න.

$f(\alpha)\times f(\beta)$ ලකුණ සැලකීමෙන් $b^2-a^2+1<0$ බව පෙන්වන්න.

(b) $f(x)$ බහුපද ශ්‍රිතය $(x-k)^2$න් බෙදූ විට ශේෂය $f^1(k)x+f(k)-kf^1(k)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $f^1(x)$ යනු $f(x)$ හි පළමු අවකල සංගුණකය වේ. $k\in \mathbb{R}$.

$f(x)=x^4+2x^3+ax^2+bx+2$ x හි බහුපද ශ්‍රිතය $(x-2)^2$ න් බෙදූ විට ශේෂය $61x-86$ වේ නම් a හා b සොයන්න.

(12) (a) $f(x)=|2x-3|-x$ හා $g(x)=|x-1|$ නම් $y=f(x)$ හා $y=g(x)$ ප්‍රස්තාර එකම බණ්ඩාංක තලයක නිර්මාණය කරන්න.

එනයින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින්

(i) $|2x-3|-x>|x-1|$ වන x අගය ප්‍රාන්තරය සොයන්න.

(ii) $|2x-3|-x=|x-\lambda|$ සමීකරණයට තාත්වික ප්‍රභින්න මූල දෙකක් සඳහා λ අගය පරාසය සොයන්න.

(iii) $g(\alpha)-f(\alpha)=2$ වන α හි අගය පරාසය ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් ගණනය කරන්න.

(b) (i) $x+y+z=0$ නම් $x^3+y^3+z^3=3xyz$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $(x, y, z\in \mathbb{R})$

(ii) $\text{Log}_x\, y=\dfrac{\ln y}{\ln x}$ බව සාධනය කරන්න.

x, y, z 1 ට අසමාන ධන තාත්වික සංඛ්‍යා වේ.

(iii) $(\log_y x\log_z x-\log_x x)+(\log_x y\log_z y-\log_y y)+(\log_x z\log_y z-\log_z z)=0$ බව දී ඇත. $xyz=1$ බව පෙන්වන්න.

(13) (a) සුදුසු ජ්‍යාමිතික ක්‍රමයක් උපයෝගී කරගනිමින් $x>0$ සඳහා,

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$ බව සාධනය කරන්න.

$\sin^{-1}x-\cos^{-1}x=\sin^{-1}(\lambda x^2-\mu)$ වන පරිදි λ හා μ නියත සොයන්න.

එමගින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින්,

$\text{Lim}_{x\to \frac{1}{\sqrt{2}}}\dfrac{\sin^{-1}x-\cos^{-1}x}{4x^4-1}$ සීමාව අගයන්න.

(b) $f(x)=\sqrt{1-\log_2(2x^2-7x+8)}$ ශ්‍රිතයේ වසම සොයන්න.

(c) $f : \mathbb{R}\,[h, \infty) \to \mathbb{R}\,[k, \infty)$ වන පරිදි $f(x) = x^2 + 4x + 8$ ශ්‍රිතයක් පවතී නම්, $f^{-1}(x)$ පැවතීම සඳහා h, k තාත්වික නියත සොයන්න. $y = f^{-1}(x)$ දළ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

(14) (a) ප්‍ර මූලධර්මය භාවිතයෙන් $y = x \sin x$ හි ව්‍යුත්පන්නය සොයන්න.
එම ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් සුදුසු ශ්‍රිත අවකලනයෙන්,

(i) $\dfrac{d^2y}{dx^2} = 2\cos x - y$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $x\dfrac{d^3y}{dx^3} + x\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$ බව පෙන්වන්න.

(b) සුදුසු ආදේශකයක් භාවිතයෙන් හෝ වෙනත් ආකාරයකින්,

$y = \sin^{-1}\left(\dfrac{2x}{1+x^2}\right) + \cos^{-1}\left(\dfrac{1-x^2}{1+x^2}\right)$ නම්,

$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{4}{1+x^2}$ බව සාධනය කරන්න.

$y = \pi$ බව දී ඇත්නම් $\dfrac{dy}{dx} = 2$ බව **අපෝහනය කරන්න.**

(c) $y = \theta\, ln\, \theta$ නම් $\dfrac{dy}{d\theta} = 1 + ln\,\theta$ බව පෙන්වන්න.

x යනු θ හි අවකල්‍ය ශ්‍රිතයක් බව දී ඇත්නම් $\dfrac{dy}{dx} = (1 + ln\,\theta)\dfrac{d\theta}{dx}$ බව පෙන්වන්න.

දෙවන අවකල සංගුණකය සැලකීමෙන් $\theta\dfrac{d^2y}{dx^2} = (\theta + y)\dfrac{d^2\theta}{dx^2} + \left(\dfrac{d\theta}{dx}\right)^2$

(15) (a) $f(x) = \dfrac{ax - 1}{(x - b)^2}$, $(a, b \in \mathbb{Z})$ $x \neq b$

$f(x)$ හි පළමු අවකල සංගුණකය

$f^{I}(x) = \dfrac{2 - ab - ax}{(x - b)^3}$ $x \neq b$ බව පෙන්වන්න.

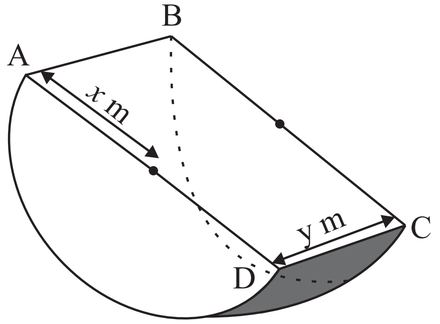
$f^{II}(x) = \dfrac{2(ax + 2ab - 3)}{(x - b)^4}$ බව දී ඇත. $x \neq b$

$y = f(x)$ වක්‍රයට $x = -1$ දී හැරුම් ලක්ෂ්‍යක් හා $x = -3$ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයක් පවතී නම් $a = 1$ හා $b = 3$ බව පෙන්වන්න.

$f^{I}(x)$ හි ලකුණ සැලකීමෙන් $y = f(x)$ ශ්‍රිතය වැඩි වන හා අඩුවන ප්‍රාන්තරයන් සොයන්න.

නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා ස්පර්ශෝන්මුඛ හඳුනාගනිමින් $y = f(x)$ වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) අරය x වන අර්ධ වෘත්තාකාර තහඩු දෙකක් එකිනෙකට y පරතරයක් පවතින සේ තබා ඍජුකෝණාස්‍රාකාර තහඩුවකින් ඒවා වක්‍ර පෘෂ්ඨයක් පවතින සේ පාස්සා විශ්කම්භය $2x$ වන දිග y වන ටැංකියක් සකසා ඇත. ටැංකියේ පරිමාව $8\pi m^3$ බව දී ඇත. ABCD මුහුණත විවෘත්තව ඇත්නම් ටැංකියේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $A = \pi\left[x^2 + \frac{16}{x}\right]$ බව පෙන්වන්න. A වර්ගඵලය අවම වන පරිදි සැකසීමට අර්ධ වෘත්තයේ අරය (x) සොයන්න. ටැංකියේ දිග y සොයන්න.



(16) (a) $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$ සම්බන්ධය **අපෝහනය කරන්න.**

$k(x) = \sin^2 x \cos 3x + \cos^2 x \sin 3x$ ලෙස පවතී. ඉහත සම්බන්ධතා ඇසුරින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් $K(x) = A\cos(x+\alpha)\sin 2x\,(B\sin 2x + C)$ වන පරිදි A, B, C හා α නියත සොයන්න.

$k(x) = 0$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

(b) ABC Δ ක A, B, C කෝණ පිළිවෙලින් $A,\ A+\alpha,\ A+2\alpha$ ලෙස වූ සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටයි. $0 < \alpha < \frac{\pi}{3}$ වේ.

ABC Δ සඳහා sin නීතිය භාවිතයෙන්

(i) $\sin A = \frac{\sqrt{3}a}{2b}$

(ii) $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \frac{\sqrt{3}c}{2b}$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත සම්බන්ධතා උපයෝගී කරගනිමින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}\,(c - a)}{2b}$ හා $\cos\alpha = \frac{a + c}{2b}$ බව පෙන්වා $a^2 + c^2 - ac = b^2$ බව **අපෝහනය කරන්න.**

(17) (a) $f(x) = \sin^2 x + \sqrt{3}\sin x\cos x + 2\sin x + 3\sqrt{3}\cos x - 3$ බව දී ඇත.

$f(x) = (\sin x + 3)\, g(x)$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි $g(x) = A\sin(x + \beta) - B$ ආකාර වේ.

A, B හා β ගණනය කරමින්

$[-\pi, \pi]$ තල $y = g(x)$ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

එනයින් හෝ වෙනත් ආකාරයෙන්,

$|g(x)| = k$ සමීකරණයට $[-\pi, \pi]$ තුළ

(i) විසඳුම් 1 ක්

(ii) විසඳුම් 2 ක්

(iii) විසඳුම් 3 ක්

(iv) විසඳුම් 4 ක් පවතින k හි අගය හෝ අගය පරාසය සොයන්න.

(b) $\tan^{-1}(2x+1) - \tan^{-1}(2x-1) = \tan^{-1}\dfrac{1}{2x^2}$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින්,

$\tan^{-1}\dfrac{1}{2} + \tan^{-1}\dfrac{1}{8} + \tan^{-1}\dfrac{1}{18} + \tan^{-1}\dfrac{1}{32} = \tan^{-1} 9 - \dfrac{\pi}{4}$ බව පෙන්වන්න.