

4

ආකෘති හා නිශ්චාන

$A_{m \times n}$ $\rightarrow$ m - රේඛි ;
 $\rightarrow$ n - තීරු

රේඛි ආකෘති

* එක් රේඛියක් පමණක් සෑදි ආකෘති වේ.

උදා:- $R_{1 \times 3}$, $Q_{1 \times 2}$

තීරු ආකෘති

* එක් තීරයක් පමණක් පෙන්වන ආකෘති වේ.

උදා:- $C_{3 \times 1}$, $D_{2 \times 1}$

සමමානුපාති ආකෘති

* රේඛි හා තීරු ගණන සමාන වන ආකෘති වේ.

උදා:- $A_{2 \times 2}$, $B_{3 \times 3}$

පිරිමැදුම් ආකෘති

* කොටස්කර සියලුම සමාන (සමාන) මැදුම් ආකෘති වේ.

උදා:- $O_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

විකර්ෂක න්‍යාස

* සමමතර ශ්‍රිත න්‍යාසයක,

- ප්‍රධාන විකර්ෂකය මත කෝණික ප්‍රමාණය සියල්ලම ශුන්‍ය වන ලෙසට,
- ප්‍රධාන විකර්ෂකය මත ජිව්‍ය ප්‍රමාණ වලින් ප්‍රමුඛවී 1 ක් වන ශුන්‍ය කොටස ලෙසට, ජිව්‍ය න්‍යාස වේ.

$$A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ප්‍රධාන න්‍යාස

* විකර්ෂක න්‍යාසයක ප්‍රධාන විකර්ෂකයේ සෑම ප්‍රමාණයකීම සමාන නම් එය ප්‍රධාන න්‍යාසයකි.

$$A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

ඒකක න්‍යාස

* විකර්ෂක න්‍යාසයක ප්‍රධාන විකර්ෂකය මත ජිව්‍ය සෑම ප්‍රමාණයකීම +1 නම් එය ඒකක න්‍යාසයකි.

$$I_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ත්‍රිකෝණ න්‍යාස

* සමමතර ශ්‍රිත න්‍යාසයක ප්‍රධාන විකර්ෂකය ඉහළින් හෝ පහළින් පිහිටි ප්‍රමාණ ශුන්‍ය නම් එය Δ න්‍යාසයකි.

• ලිඛිත ක්‍රියාකාරීත්වය

• යථාර්ථ ක්‍රියාකාරීත්වය

* ප්‍රධාන විකර්ණයට පහළින්
ඉතිරිව ඇති සියලුම ස්ථානවල
වටිනාකම් 0 වන බැවින් Δ සහ
සමාසයකි.

$$A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & -8 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

සමාසය විචල්‍යවීමේ නියමය $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$

* සමාසය 2 ක් (එකතු) කිරීමේදී, $\begin{pmatrix} a & A \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = A$

(1) $A + B = B + A$ (සමාසය සමාසය වීමේදී)

(2) $(A+B)+C = A+(B+C)$ (සමාසය සමාසය වීමේදී)

(3) $\lambda(A+B) = \lambda A + \lambda B$ (විකර්ණය සමාසය වීමේදී)

* සමාසය 2 ක් ගුණ කිරීමේදී,

(1) $AB \neq BA$ (සමාසය සමාසය වීමේදී)

(2) $(AB)C = A(BC)$ (සමාසය සමාසය වීමේදී)

$$\lambda(AB) = A(\lambda B) = (\lambda A)B$$

(3) $A(B+C) = AB + AC$ (විකර්ණය සමාසය වීමේදී)

(4) $AB = 0$ වීමට, $A = 0$ හෝ $B = 0$ වීම ප්‍රමුඛයක් නොවේ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ වේ.}$$

ආකෘති දරා කිරීම

* ආකෘති 2 ක් දරා කිරීමට පළමුව ආකෘතියේ කිරීම් ගණන දෙවෙනුව ආකෘතියේ වේලි ගණනට සමාන විය යුතුය.

$$A_{2 \times 3} \times B_{3 \times 1} = AB_{2 \times 1}$$

$$A_{3 \times 1} \times B_{1 \times 2} = AB_{3 \times 2}$$

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad 1 \rightarrow ae + bg$$

$$2 \rightarrow af + bh$$

$$3 \rightarrow ce + dg$$

$$4 \rightarrow cf + dh$$

ආකෘතියක පෙරළීම

* A ආකෘතියේ පෙරළුම A' හෝ A^T ලෙසින් දක්වයි.

$$A_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}$$

$$A^T = A' = \begin{pmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{pmatrix}$$

සමමිතික ආකෘති

$$A = A^T \text{ ලෙසින්}$$

පෙන්වන විට, A සමමිතික ආකෘතියකි.

කුඩා සමමිතික ආකෘති

$$A \text{ කුඩා සමමිතික ආකෘතියක්} \iff A^T = -A$$

ප්‍රමුඛ ගුණ

A ප්‍රමුඛ
ගුණයකි $\longleftrightarrow A A^T = I$ වේ.

ප්‍රතිලෝම ගුණ

* සංකීර්ණ සාධක වලින් සෑදී ඇති ගුණයක ස්වයං
මෙ ප්‍රතිලෝමයකට ගුණය ප්‍රතිලෝම ගුණය ලෙස
නැමැත්තේ.

$$A = \begin{pmatrix} 5+j & 4-j \\ 4 & 2j \end{pmatrix}$$

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 5-j & 4+j \\ 4 & -2j \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 5+2j & 3 \\ j & 3-2j \end{pmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{pmatrix} 5-2j & 3 \\ -j & 3+2j \end{pmatrix}$$

නිමායකය (det)

2 x 2

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ගුණයේ නිමායකය $|A|$ වේ.

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

$$= \underline{ad - bc} \text{ වේ.}$$

ගුණයක ප්‍රතිලෝමය

A යනු සමමතර ගුණයක් වුව,

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I \text{ වන පරිදි}$$

පවතින A^{-1} ගුණය A හි ප්‍රතිලෝමය වේ.

විකලෝමය සෙවීම.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$AA^{-1} = I$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$a + 2c = 1 \quad \text{--- ①}$$

$$3a - c = 0$$

$$c = 3a \quad \text{--- ③}$$

$$b + 2d = 0$$

$$b = -2d \quad \text{--- ②}$$

$$3b - d = 1 \quad \text{--- ④}$$

සමීකරණ 4 විසඳා a, b, c, d සොයා A^{-1} ලබා ගන්න.

$$a = \frac{1}{7}, \quad b = -\frac{2}{7}, \quad c = \frac{3}{7}, \quad d = -\frac{1}{7}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \frac{2}{7} \\ \frac{3}{7} & -\frac{1}{7} \end{pmatrix}$$

විකලීකරණය කළ විකලීකරණය

- 1) ප්‍රධාන විකලීකරණයේ ප්‍රධාන 2 ක අගයන් ගැන කීම.
- 2) ප්‍රධාන විකලීකරණයේ ප්‍රධාන 2 ක (-) ලකුණක් දැක්වීම.
- 3) $|A|$ හි ලකුණ.

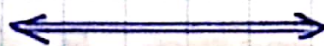
$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 6 = -7$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-7} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \frac{2}{7} \\ \frac{3}{7} & -\frac{1}{7} \end{pmatrix}$$

ප්‍රධාන විකලීකරණය

$|A| = 0$ වන විට,
එනම් විකලීකරණය
නොවැඩි නොවන
ලෙස පවතී.



A ප්‍රධාන
විකලීකරණය.

ද්විපද්ව ආකෘති

- $|A| = 0$ නම් A ද්විපද්ව ආකෘතිකය.

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \text{ ලෙස සිත්,}$$

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \quad a_1x + b_1y = c_1 \quad \text{--- ①}$$

$$a_2x + b_2y = c_2 \quad \text{--- ②}$$

- * $|A| \neq 0$ නම් අවමානි අවිකර්ණ අගලය අදහා ද්විපද්ව විසදුමක් පවතී.

$$a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$$

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

- * විසදුම ද්විපද්ව ගරාගනි සිත් විට,

$$a_1b_2 - b_1a_2 = 0$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \quad \text{නමුදු} = \frac{c_1}{c_2} \text{ ද වේ.}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

- * විසදුම නොමැති විට, (රේඛා සමාන්තර වේ)

$$a_1b_2 - b_1a_2 = 0$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \quad \text{නමුදු} \neq \frac{c_1}{c_2} \text{ වේ.}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

ප්‍රශ්න :- $2x - y = 1$
 $4x + y = 2$

ආසන්න නිවැරදි විසඳන්න.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}}_X = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}}_B$$

$$AX = B$$

$$A^{-1}AX = A^{-1}B$$

$$IX = A^{-1}B$$

$$X = A^{-1}B$$

$AA^{-1} = I$ වේ
 A^{-1} නොයන්න.

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/6 & 1/6 \\ -4/6 & 2/6 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1/6 & 1/6 \\ -4/6 & 2/6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 3/6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\therefore x = 1/2 \text{ හා } y = 0 \text{ වේ.}$$

A සමමිතික නොයන්න,

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad b = c \text{ විය යුතුය.}$$

A ප්‍රතිසමමිතික නොයන්න,

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} a = d = 0 \text{ වේ.} \\ b = -c \text{ විය යුතුය.} \end{matrix}$$